

УДК 378:147:51:004

Кобильник Т. П., Когут У. П.

Дрогобицький педагогічний університет імені Івана Франка, Дрогобич, Україна

**МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ МАХІМА  
У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

DOI: 10.14308/ite000587

*Стаття присвячена методичним рекомендаціям використання системи Maxima у процесі навчання дослідження операцій майбутніх вчителів інформатики. У статті визначено напрями педагогічного використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання дослідження операцій; висвітлено методичні аспекти застосування системи Maxima у процесі навчання цього курсу.*

*Навчання дослідження операцій у системі навчання майбутніх вчителів інформатики відіграє особливу важливу роль, бо поєднує в собі як фундаментальні поняття і принципи різних математичних та інформатичних дисциплін, так і прикладні моделі та алгоритми їх застосування.*

*Однією з актуальних проблем вищої освіти є створення методичних систем навчання, орієнтованих на широке і разом з тим педагогічно виважене використання у навчальному процесі сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема систем комп'ютерної математики. Науково обґрунтоване, педагогічно виважене і доцільне запровадження цих засобів у навчальних закладах сприятиме підвищенню рівня інформаційно технологічного забезпечення і суттєвому зростанню фундаментальної інформатичної та математичної підготовки майбутніх вчителів з інформатики. Через це постає необхідність визначення шляхів використання ІКТ у процесі навчання дослідження операцій майбутніх вчителів з інформатики, осучаснення середовища навчання з урахуванням тенденцій розвитку науки і техніки, удосконалення методичних систем навчання, зокрема, шляхом використання систем комп'ютерної математики як засобів навчання.*

**Ключові слова:** *вчителі інформатики, дослідження операцій, системи комп'ютерної математики, Maxima.*

**Постановка проблеми.** Виокремлення фундаментальних понять дослідження операцій, їх усвідомлення і закріплення через досвід дослідницької діяльності є інтегративним компонентом організації навчання, створення міжпредметних зв'язків, формування у студентів цілісної системи знань і уявлень як про теоретичні основи, так і про шляхи застосування отриманих знань на практиці.

Тому необхідним є пошук нових методичних підходів до організації навчання студентів ВНЗ, що сприяли б глибокому засвоєнню і розумінню ними базових понять, правил, принципів і методів навчання дисциплін, їх взаємозв'язку з суміжними дисциплінами, а також шляхів їх використання на практиці. Перспективним напрямом видається інтегрування у процес навчання дослідження операцій систем комп'ютерної математики (СКМ), за допомогою яких можна, з одного боку, автоматизувати деякі рутинні дії, зосередивши увагу студента на опануванні понять і принципів, що вивчаються, а з іншого боку, виявити міжпредметні зв'язки різних дисциплін, дослідивши, як ті чи інші фундаментальні поняття реалізуються у прикладних галузях. На прикладі навчання цієї

дисципліни можна продемонструвати взаємозв'язок математичних методів і реалізації відповідних до них операцій і алгоритмів з візуалізацією результатів, через які відображаються співвідношення певних об'єктів та їх властивостей.

#### **Аналіз останніх досліджень та публікацій.**

У посібнику [5] разом з основами теорії та методів оптимізації схарактеризовано основні можливості використання деяких систем комп'ютерної математики (Mathcad, Matlab, Mathematica) для розв'язування екстремальних задач.

У статті Ю.В. Триуса [23] розглядаються проблеми використання web-орієнтованих математичних систем у навчанні методів оптимізації та дослідження операцій, а також засоби систем SAGE і Wolfram|Alpha для розв'язування різних класів оптимізаційних задач.

Деякі задачі дослідження операцій зручно розв'язувати за допомогою графів, зокрема задачі на побудову каркасу графа мінімальної вартості, знаходження мінімального шляху, про максимальний потік. Використання засобів теорії графів у процесі розв'язування задач дозволяє алгоритмізувати процес пошуку оптимальних рішень [14]. Питанням, пов'язаних з використанням графів для розв'язування задач дослідження операцій, присвячені роботи [3; 13; 20]. М.М. Кірсанов [6] розглядає можливості використання системи Maple для розв'язування задач з теорії графів. У дисертаційній роботі Н.Р. Балик [1] елементи теорії графів розглядаються як засіб формування навичок інформаційного моделювання, розвитку алгоритмічного стилю мислення та формування пізнавального інтересу до вивчення як інформатичних, так і математичних дисциплін.

У монографії [17] розглянуто математичні моделі, методи та програмне забезпечення розв'язування задач дискретної оптимізації.

У навчальному посібнику [18] наведено комбінаторні алгоритми для розв'язування задач дискретної оптимізації з використанням комп'ютерних засобів. Розглядаються особливості задач дискретної оптимізації та їх загальні властивості. Значна увага звертається на обчислювальній реалізації алгоритмів. Наводяться результати аналізу алгоритмів для класичних задач дискретної оптимізації: задачі про рюкзак та задачі про комівояжера.

**Об'єкт дослідження:** процес навчання дослідження операцій із застосуванням систем комп'ютерної математики.

**Предмет дослідження:** особливості використання системи Maxima у навчанні дослідження операцій.

**Метою дослідження** є розглянути особливості використання системи комп'ютерної математики Maxima у процесі навчання дослідження операцій.

#### **Виклад основного матеріалу.**

Системи комп'ютерної математики є засобом фундаменталізації навчання дослідження операцій, оскільки належать до сучасних програмних засобів, що дають змогу забезпечити *міжпредметні зв'язки* математики та інформатики, автоматизувати обчислювальний процес розв'язування задач прикладної спрямованості, зосередившись на побудові моделі та інтерпретації результатів обчислювального експерименту [7].

СКМ є потужним засобом комп'ютерної підтримки діяльності науковців, учнів, студентів, педагогів, інженерів, але ефективність і методична цінність такого засобу залежить від вмінь застосовувати його. СКМ мають значний потенціал для підтримки навчальної діяльності по багатьох напрямках.

Сучасне наукове програмне забезпечення: Mathematica, Matlab, Maple, Mathcad та ін., – дає змогу підняти на новий рівень методіку навчання математичних та інформатичних дисциплін та проведення наукових досліджень. За допомогою цих комп'ютерних систем можлива побудова, числове, аналітичне, графічне дослідження оптимізаційних задач, в тому числі за допомогою складних параметричних анімацій.

При виборі математичного пакету серед усієї різноманітності СКМ слід враховувати кілька факторів По-перше, для яких потреб необхідна СКМ (для наукових досліджень чи

для супроводу навчального процесу). По-друге, вартість, якщо система є комерційною. По-третє, вибір СКМ залежить від задач, які необхідно розв'язувати. Не менш важливою умовою для вибору є доступність програмного засобу [9].

Для супроводу навчального процесу пропонується використовувати систему Maxima. Система Maxima серед математичних пакетів володіє досить широкими можливостями при виконанні символічних обчислень. Це, одна з вільно поширюваних відкритих систем, яка не поступається комерційним СКМ Mathematica та Maple. Система Maxima доступна як користувачам операційних систем Linux, так і користувачам Windows. Система Maxima, як і більшість СКМ, містить пакети розширень, які збільшують можливості її використання при розв'язуванні спеціальних задач [7].

Широкий набір засобів для комп'ютерного підтримування аналітичних, обчислювальних та графічних операцій роблять СКМ Maxima одним з основних засобів у професійній діяльності майбутніх вчителів інформатики. Тому їх використання у наукових дослідженнях і практичній діяльності є доцільним і необхідним. Використання СКМ, зокрема Maxima, у навчальному процесі ВНЗ при вивченні дослідження операцій надасть можливість підвищити рівень професійної підготовки студентів, рівень їх математичної та інформаційної культури, зробити конкурентоспроможними на міжнародному ринку праці.

Система Maxima оснащена системою меню, що дає змогу виконувати символічні перетворення, розв'язувати рівняння, обчислювати границі, похідні тощо, не знаючи мови для опису команд щодо виконання цих дій. Тому систему Maxima можна використовувати для вивчення математичних дисциплін навіть на першому курсі навчання. Застосування системи Maxima не викличе ніяких труднощів у студентів при розв'язуванні задач математичного аналізу та лінійної алгебри – від студентів вимагається тільки правильно вибрати пункт меню та ввести потрібний вираз. Проте для програмування у системі Maxima потрібні знання правил подання команд (мови та синтаксису), а також і певних команд.

Дуже часто при плануванні навчального процесу, розробці різноманітних завдань і критеріїв оцінювання навчальних досягнень студентів викладачі опираються на власний досвід і досвід своїх колег. Часто досить ефективними виявляються ті навчальні роботи, які підготовлені або модифіковані самим викладачем.

Процедури вирішення задач дослідження операцій припускають виконання великого обсягу обчислювальної роботи. Багато процедур мають циклічний характер. Рутинна робота з пошуку розв'язку вимагає великих затрат сил і часу і може служити причиною виникнення помилок. Щоб уникнути появи помилкових результатів обчислювального характеру, властивих людині, і на кілька порядків скоротити час розв'язування, необхідно процедури розв'язання задач дослідження операцій здійснювати за допомогою сучасних інформаційних технологій, що зарекомендували себе як найбільш вдалі програмно-інструментальні засоби для розв'язання різних задач теорії дослідження операцій. Вибір тієї або іншої технології для розв'язання конкретної задачі визначається у першу чергу здатністю використати обрану технологію для розв'язання даного завдання.

Наведемо методичні рекомендації використання системи Maxima на прикладі фрагмента курсу "Дослідження операцій".

На вступній лекції викладач знайомить студентів з основними поняттями, метою і призначенням курсу "Дослідження операцій", його роллю і місцем у системі навчальних дисциплін. Далі доцільно розповісти про загальну методiku роботи над курсом, дати характеристику підручників та навчальних посібників, розповісти про вимоги, що висуваються до студентів. Подібний вступ допомагає студентам отримати загальне уявлення про предмет, орієнтує їх на систематичну роботу над конспектами та літературою, знайомить з методикою роботи над курсом. Доцільно також дати загальну характеристику СКМ Maxima [7; 10; 16], ознайомити студентів з основними етапами розв'язування задач за допомогою комп'ютера.

У статті [8] наведено основні функції пакету розширень *graphs* системи *Maxima*, які використовуються для розв'язування окремих задач дослідження операцій, зокрема оптимізаційних задач на графах.

*Метою виконання першої лабораторної роботи є:* ознайомлення з системою *Maxima* та основними правилами роботи з нею. Під час цієї роботи розглядаються наступні питання: запуск системи *Maxima*, робота з пунктами головного меню, операції з файлами, панель інструментів, контекстна панель та палітри введення, введення та редагування виразів, робота з довідковою системою в пакеті *Maxima*, конструювання виразів та виконання арифметичних операцій над числами, змінними та функціями, призначення дужок (круглих, фігурних, квадратних), виконання підстановок.

Під час виконання даної лабораторної роботи студентам пропонується виконати такі завдання:

- розпочати нову сесію *Maxima*;
- ввести кілька математичних виразів, до яких включити стандартні математичні функції та оператори, використовуючи для позначення імен змінних латинські та грецькі літери. Математичний вираз має містити кілька функцій (три-чотири) та кілька змінних (дві-три). Обчислити значення виразу при різних змінних;
- зберегти файл з результатами виведення. Назву файлу дібрати на власний розсуд.

У рамках дисципліни "Дослідження операцій" вивчається велика кількість практичних задач, які зручно інтерпретувати як задачі оптимізації на графах. Прикладами таких задач є відшукання найкоротшого маршруту між двома населеними пунктами, визначення максимальних пропускних характеристик нафтопроводу, укладання календарного плану виконання робіт проекту тощо.

У розділі "Задачі оптимізації на графах" конспективно вивчаються базові поняття та терміни теорії графів [3; 4]. Розглядаються неорієнтовані графи, орієнтовані графи (або орграфи), навантажені графи, шляхи та цикли, зв'язність, ізоморфізм графів, ейлерів цикл у графі. Детально вивчаються питання виокремлення мінімального каркасу в неорієнтованих графах, типові задачі виокремлення каркасів у простих графах. Математично обґрунтовуються алгоритми Прима та Крускала виокремлення мінімального каркасу, а також алгоритм Дейкстри відшукання найкоротшого шляху від деякої вершини орграфа до всіх інших вершин та алгоритм Флойда знаходження найкоротших шляхів між усіма парами вершин орграфа. Розв'язуються класичні задачі виокремлення мінімального каркасу та знаходження найкоротшого шляху, які мають важливе практичне значення.

На лекції "Команди для розв'язування задач оптимізації на графах" розглядаються команди створення та зміни графу: додавання вершин та ребер, вилучення вершин та ребер. Також слід пояснити призначення та особливості виконання й інших команд для знаходження найкоротшого шляху.

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд пакету *graphs* для розв'язування задач з теорії графів.

#### **Моделювання оптимізаційних задач на графах.**

На лекційному занятті звертається увага студентів на те, що процес моделювання складається з таких основних етапів [19]:

1. "Постановка задачі і визначення властивостей оригіналу, який потрібно досліджувати.
2. Констатація труднощів або неможливості дослідження оригіналу безпосередньо.
3. Вибір моделі, в якій достатньо добре відображаються істотні властивості оригіналу і яку можна легко досліджувати.
4. Дослідження моделі у відповідності до поставленої задачі.
5. Перенесення результатів дослідження моделі на оригінал.
6. Перевірка адекватності цих результатів".

Найважливішим у процесі моделювання є вибір моделі й обґрунтування правомірності перенесення результатів дослідження моделі на оригінал. Для розв'язування цих задач існують як загальні, так і спеціальні методи.

*Мета виконання лабораторної роботи:* формування вмінь та навичок використання команд для моделювання оптимізаційних задач на основі теорії графів з використанням СКМ Maxima.

У ході виконання лабораторної роботи "Моделювання оптимізаційних задач на графах" студентам пропонується виконати наступні завдання:

- знайти найкоротший шлях у довільному орієнтованому графі, використовуючи алгоритм Дейкстри;
- знайти найкоротший шлях у довільному орієнтованому графі, використовуючи алгоритм Флойда.

Під час виконання лабораторної роботи студентам пропонуються завдання на застосування алгоритму Дейкстри [6; 25], що часто використовується для знаходження найкоротшого шляху як в орієнтованому графі, так і в неорієнтованому, на прикладах.

**Приклад 1.** Заданий орієнтований граф (рис. 1.). Знайти найкоротший шлях з вершини 1 до вершини 6, використавши алгоритм Дейкстри засобами системи Maxima.

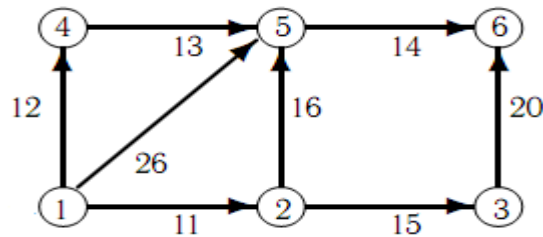


Рис. 1. Заданий граф.

*Розв'язання.*

- Будуємо матрицю суміжності графа:

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$v_1$		11		12	26	
$v_2$			15		16	
$v_3$						20
$v_4$					13	
$v_5$						14
$v_6$						

- Створюємо одновимірний масив (порожній масив за замовчуванням) вершин від 1 до 6.

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$

- Вибираємо вершину графа, від якої треба знайти відстані до інших вершин  $v_1$ , вносимо її до масиву і позначаємо  $P \emptyset[\emptyset]$ .

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$P_0$	<b>0</b>					

- Розглядаємо ребра, які “виходять” з  $v_1$ :  $((v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_1, v_5))$  і шукаємо серед них ребро мінімальної довжини. Очевидно, що найкоротший шлях від  $v_1$  до  $v_2$  складається з одного ребра і його довжини  $L(v_1, v_2)=11$ . Отже, задача для  $v_2$

розв'язана. Внесемо цю вершину до масиву і будемо вважати її постійною. Позначимо  $P1(11)$ . Вершини  $v_4$  і  $v_5$  тимчасові – 12 і 26 відповідно.

$i$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$P0$	<b>0</b>					
$P1$		<b>11</b>		12	26	

- Розглядаємо ребра, які “виходять” з  $v_2$ :  $((v_2, v_3), (v_2, v_5))$ , і шукаємо серед них ребро мінімальної довжини. Це буде  $L(v_2, v_3)=15$ . Визначаємо шлях  $(v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3)=26$  та  $(v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_5)=27$ . Попередня тимчасова вершини  $v_5$  менша, ніж отримана, тому залишається без змін. Вершину  $v_3$  вважатимемо тимчасовою 26. З трьох тимчасових мінімальне значення у вершини  $v_4$ , тому зафіксуємо цю вершину і зробимо її постійною  $P2(12)$ .

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$P0$	<b>0</b>					
$P1$		<b>11</b>		12	26	
$P2$		11	26	<b>12</b>	26	

- З вершини  $v_4$  “виходить” єдине ребро  $v_5$ . Визначаємо шлях  $(v_1 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5)=25$ . Вершина  $v_5$  отримує значення 25, оскільки попереднє значення цієї вершини більше (26). З двох тимчасових вершин  $v_3$  та  $v_5$  мінімальне значення у вершини  $v_5$ , тому вносимо  $v_5$  до масиву і зробимо її постійною  $P3(25)$ .

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$P0$	<b>0</b>					
$P1$	0	<b>11</b>		12	26	
$P2$	0	11	26	<b>12</b>	26	
$P3$	0	11	26	12	<b>25</b>	

- З  $v_5$  теж “виходить” єдине ребро, яке веде до  $v_6$ . Вершина  $v_6$  становить 39 (25+14). З двох тимчасових вершин  $v_3$  та  $v_6$  мінімальне значення у вершини  $v_3$ , тому зафіксуємо цю вершину і зробимо її постійною  $P4(26)$ .

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$P0$	<b>0</b>					
$P1$	0	<b>11</b>		12	26	
$P2$	0	11	26	<b>12</b>	26	
$P3$	0	11	26	12	<b>25</b>	
$P4$	0	11	<b>26</b>	12	25	39

- З  $v_3$  “виходить” єдине ребро, яке веде до  $v_6$ . Оскільки  $26+20>39$ , тому значення вершини  $v_6$  не змінюється і ця вершина стає постійною  $P5(39)$ .

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$P0$	<b>0</b>					
$P1$	0	<b>11</b>		12	26	
$P2$	0	11	26	<b>12</b>	26	
$P3$	0	11	26	12	<b>25</b>	
$P4$	0	11	<b>26</b>	12	25	39
$P5$	0	11	26	12	25	<b>39</b>

Процес зупиняємо, оскільки всім вершинам стають постійними (тобто всі вершини включені до масиву).

- Отже, найкоротший шлях від вершини  $v_1$  до  $v_6$  -  $(v_1 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6)=39$ .

Вихідний код програмної реалізації прикладу у системі Махіма:

*Задаємо граф матрицею суміжності*

```
a: 10^10$
n: 6$
weight: matrix(
  [a, 11, a, 12, 26, a],
  [a, a, 15, a, 16, a],
  [a, a, a, a, a, 20],
  [a, a, a, a, 13, a],
  [a, 8, a, a, a, 14],
  [a, a, a, a, a, a]
)$
```

*Обчислення найкоротших відстаней між заданими вершинами.*

```
start: 1$
finish: n$
for i thru n do path[i]: a$
j: start$
T: [j]$
path[j]: 0$
while not (member(finish, T)) do
  (for i thru n do
    (if not (member(i, T)) and
     (path[i] > path[j] + weight[j, i])
    then
     (path[i]: path[j] + weight[j, i], vertex[i]: j)),
  mn: a,
  j: 0,
  (for i: 1 thru n do
    (if (not (member(i, T))) and (mn > path[i])
     then (mn: path[i], j: i))),
  if (mn >= a) then print("nema_shlayhu")
  else T: append(T, [j])
)$
```

*Виведення результатів.*

```
i: finish$
while (i # start) do
  ( print(i, "<-"), i: vertex[i])$
print(start)$
print("Length=", path[finish])$

6 <-
5 <-
4 <-
1
Length= 39
```

Також можна запропонувати студентам розв'язати дану задачу, використавши функцію `shorttest_weighted_path` (рис.2) знаходження мінімальних відстаней, та порівняти результати.

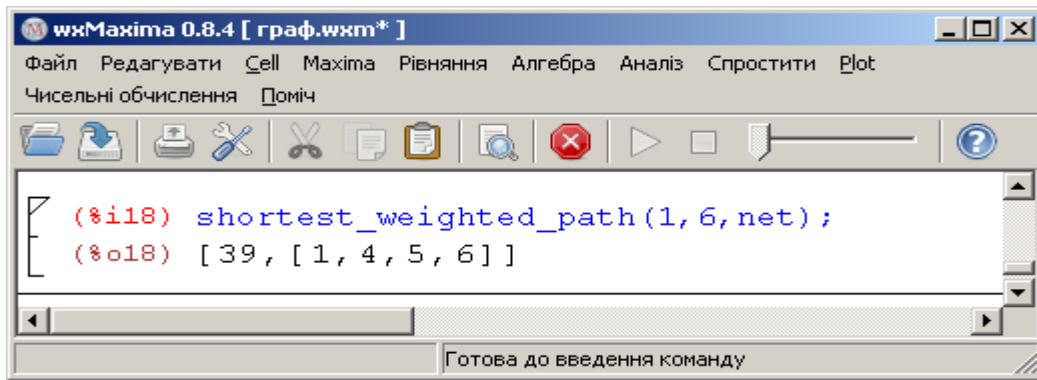


Рис. 2. Мінімальна відстань від вершини 1 до вершини 6.

Далі студенти отримують індивідуальні завдання трьох рівнів складності:

### Рівень 1.

**Завдання 1.** Нарисувати довільний орієнтований граф, що містить 8 вершин. Знайти найкоротші шляхи між парами вершини графа на основі алгоритму Дейкстри.

**Завдання 2.** Для завдання 1 відшукати найкоротші відстані між вершинами:

а) 4 і 1; б) 1 і 5; в) 1 і 8; г) 2 і 5.

### Рівень 2.

На рис. 3. показана комунікаційна мережа між двома станціями 1 і 7. Біля кожної дуги цієї мережі вказана імовірність передавання повідомлення без втрати за цими дугами. Необхідно знайти маршрут від станції 1 до станції 7 з максимальною імовірністю успішного передавання повідомлення. Сформулювати задачу як пошук найкоротшого шляху і реалізувати за допомогою СКМ.

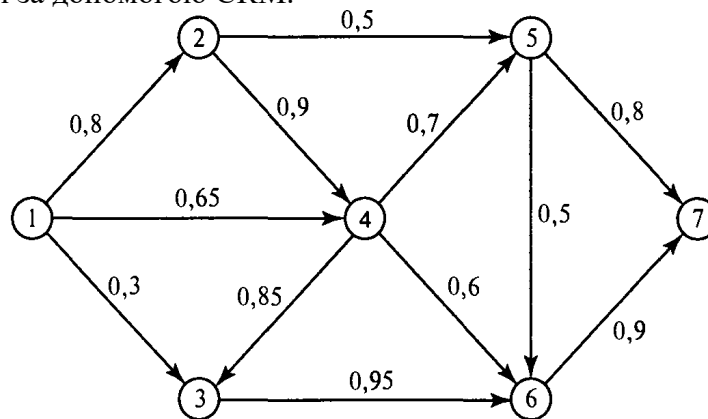


Рис. 3. Комунікаційна мережа.

### Рівень 3.

**Задача.** Мандрівник, збираючись в дорогу, намагається помістити в свій рюкзак (об'ємом 5 кубічних одиниць) найбільш необхідні в дорозі речі. Є три речі, об'ємом відповідно 2, 3 і 4 кубічних одиниць, необхідність яких оцінюється (за 100-бальною шкалою) в 30, 50 і 70 балів. Сформулювати цю задачу як мережну, де необхідно визначити найдовший шлях, і знайти її оптимальний розв'язок. (Примітка. Вершину цієї мережі можна визначити як пару  $[I, v]$ , де  $I$  – номер речі, який вибирається, а  $v$  – вільний об'єм рюкзака, який залишився після вибору  $i$ -ї речі).

При вивченні розділу "Моделі динамічного програмування" студентам пропонуються для розв'язання задачі, для розв'язання яких використовуються команди та



функції Махіта або створюються власні процедури та функції. Це у свою чергу сприяє вдосконаленню навичок програмування. Наприклад, при розв'язанні задачі динамічного програмування про рюкзак [18, с. 19] студенти виконують дослідницьку, творчу роботу, а її рутинна частина виконується за допомогою комп'ютера.

Математичні моделі "рюкзакового" типу використовуються для опису таких прикладних задач: задача завантаження унікального обладнання, задача формування портфелю замовлень, задача завантаження контейнерів та ін. Студентам пропонується наступне завдання:

**Завдання.** Нехай вантаж, що складається з неподільних предметів різних типів, потрібно завантажити в літак вантажопідйомністю  $P$ . Вартість і вага кожного предмета  $j$ -го типу відомі і складають відповідно  $c_j$  і  $p_j$  одиниць ( $j = \overline{1, n}$ ).

Необхідно визначити, скільки предметів кожного типу необхідно завантажити в літак, щоб сумарна вартість вантажу була найбільшою, а вага не перевищувала вантажопідйомності літака.

**Розв'язання.** Математично задачу можна записати так:

Знайти такі цілі невід'ємні значення  $x_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ), які б максимізували функцію

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j \leq P,$$

$$x_j \geq 0, x_j \in Z, j = \overline{1, n},$$

де  $x_j$  - кількість вантажу  $j$ -го типу, що дозволяє досягти  $\max f(x)$ .

Процес розв'язання цієї задачі не є багатоетапним. Вона відноситься до класу задач цілочисельного програмування. Однак її можна розв'язати методами динамічного програмування. Для цього увесь процес розв'язання необхідно розбити на етапи штучно. На першому етапі слід розглянути все можливі варіанти завантаження літака предметами першого типу і серед них знайти оптимальний. На другому етапі визначити варіант завантаження літака предметами першого і другого типів і т.д. Процес розв'язання задачі продовжується до того часу, поки не буде знайдено оптимальний варіант завантаження літака предметами  $n$  типів.

Подібною задачею дискретного програмування є задача комівояжера [18, с. 20]. За допомогою математичної моделі задачі комівояжера описуються такі прикладні задачі: задача мінімізації часу переналагоджень унікального устаткування, задача про перевезення готової продукції споживачам та ін.

Головними етапами при розв'язуванні таких задач є постановка задачі (зادання цільової функції, критерію оптимальності, обмежень, задання точності розв'язку) і дослідження отриманих результатів [5]. У студентів формуються основи системного підходу при розв'язуванні задач, а також вони бачать взаємозв'язки змісту навчання різних навчальних дисциплін.

Розглядаючи систему індивідуальних завдань до лабораторних робіт, а також завдань до практичного захисту модулів, слід проаналізувати проблеми і переваги використання таких завдань. При складанні завдань слід ретельно підходити до визначення рівня складності. У цьому може допомогти тільки досвід викладача, його вміння визначати ключові моменти навчального матеріалу, розуміння зв'язків поставлених задач з іншими дисциплінами. Також важливим є питання спорідненості рівнів складності в одному завданні. Для лабораторних робіт доцільніше ставити завдання, де виконання задач більш високого рівня складності можливе за умови виконання завдань попереднього рівня складності. Інакше студенти часто переоцінюють свої можливості, беруться одразу за

найскладніші завдання, не можуть їх виконати, а на виконання простіших завдань їм не вистачає відведеного часу. Таким чином вони не набирають тих рейтингових балів, які могли б набрати, правильно оцінюючи свої можливості. Задачі різних рівнів складності доцільно використовувати під час проведення модульних контролів і в екзаменаційних білетах, де треба охопити весь навчальний матеріал.

Кожна лабораторна робота супроводжується списком запитань для самоперевірки і низкою завдань для виконання під час самостійної роботи студентів. Основним завданням є формування у майбутніх фахівців практичних навичок формалізації задач та їх розв'язування за допомогою засобів СКМ.

Щодо переваг системи багаторівневих індивідуальних завдань, то тут на перший план виходить точність і об'єктивність оцінювання. Класична чотирибальна система оцінювання компетентностей студентів, незважаючи на свою звичну простоту, мала деякі вади стосовно об'єктивності оцінювання. Стобальна рейтингова система дає більшу точність у оцінюванні, але тут виникає проблема забезпечення цієї точності – яку максимальну похибку може допустити викладач при виставлянні рейтингових балів. Диференціація складності завдань, а відповідно і кількості балів за їх виконання, дозволяє у деякій мірі забезпечити прийнятну точність і об'єктивність оцінювання.

Підсумовуючи розгляд вивчення курсу "Дослідження операцій", слід зазначити, що широкий набір засобів для комп'ютерного підтримування аналітичних, обчислювальних та графічних операцій роблять СКМ одними з основних засобів у професійній діяльності математиків та програмістів. Дослідження з використанням системи Maxima поєднують алгебраїчні методи з обчислювальними. У цьому розумінні СКМ – поєднуюча ланка між математикою та інформатикою, де увага зосереджується як на розробці алгоритмів для символічних обчислень та опрацюванні даних за допомогою комп'ютера, так і на створенні програм для реалізації подібних алгоритмів.

Використання СКМ у процесі навчання дослідження операцій дозволило: змінити акценти у доборі теоретичного матеріалу; збільшити частку задач на побудову математичних моделей реальних оптимізаційних задач та їх дослідження за допомогою СКМ; запровадити завдання на порівняння результатів, одержаних за допомогою чисельних методів оптимізації, описаних однією з мов програмування, і за допомогою вбудованих засобів СКМ, та їх аналіз при різних вхідних даних [21].

В основі проблеми невміння студентів використовувати при вивченні окремої дисципліни знання з інших дисциплін лежить ігнорування відмінностей між логіками предметів у процесі їх навчання [11]. Деякі дослідники (див. наприклад, [12]) відзначають вирішальну роль правильного добору навчальних задач для ефективного здійснення міжпредметних зв'язків.

Оцінюючи ефективність здійснення міжпредметних зв'язків при розробці навчальних матеріалів на основі дисциплін природничо-наукового, професійного і гуманітарного циклів, слід зазначити, що велике значення має те, наскільки глибоко викладачі переконані в їх необхідності, чи достатньо обізнані з сутністю міжпредметних зв'язків, чи добре володіють практичними вміннями їх реалізації в своїй діяльності, чи мають необхідні знання з суміжних предметів і відповідну методичну підготовку.

Фундаментальна освіта повинна бути цілісною, для чого окремі дисципліни розглядаються не як сукупність традиційних автономних курсів, а інтегруються в єдину систему фундаментальних дисциплін, поєднаних загальною цільовою функцією та міжпредметними зв'язками [19].

Як показує практика, міжпредметні зв'язки в навчально-виховному процесі педагогічного університету відіграють важливу роль у підвищенні прикладної, практичної і науково-теоретичної підготовки студентів, особливістю якої є оволодіння студентами узагальненим характером пізнавальної діяльності. Узагальненість надає можливість застосовувати знання і вміння в конкретних ситуаціях, при розгляді окремих питань в

майбутньому професійному, науковому і суспільному житті студентів педагогічного університету.

У курсі "Дослідження операцій" розширюються, поглиблюються і закріплюються основні поняття, що введені в інших курсах математичних та інформатичних дисциплін: поняття алгоритму, моделі, операції, моделювання.

**Висновки.** При розв'язуванні оптимізаційних задач, в тому числі і на графах реалізуються міжпредметні зв'язки інформатичних, математичних, економічних та інших дисциплін, що сприяє інтелектуальному розвитку студентів на основі формування уявлень про цілісність бачення світу, забезпечується формування навичок володіння не тільки декларативними, але й процедурними знаннями. Використання теорії графів до розв'язування задач формує у студентів вміння подавати умови задачі мовою теорії графів, а потім інтерпретувати отриманий розв'язок в термінах початкової задачі.

Можливості використання системи Maxima для розв'язування задач оптимізації на графах досить широкі. Студент, використовуючи СКМ Maxima, розв'язує поставлену перед ним задачу, і таким чином у нього не виникає психологічного бар'єру у застосуванні математичного апарату, а крім того він також усвідомлює, який матеріал треба повторити (або вивчити). Розв'язування задач прикладного характеру (такими, зокрема є оптимізаційні задачі на графах) з використанням СКМ надає можливість формування професійних компетентностей. Цікавими також є дослідження задач теорії оптимізації, зокрема реалізації чисельних методів як умовної, так і безумовної оптимізації з використанням СКМ Maxima.

**Перспективи подальших досліджень.** Перспективами подальших досліджень є методика використання СКМ у процесі навчання математичних та інформатичних дисциплін на базі хмарних технологій.

Технології хмарних обчислень нині є провідними у формуванні інформаційного суспільства. Вони складають ядро інноваційних концепцій навчання, а їх упровадження суттєво впливає на форми організації різних видів діяльності у сфері освіти [2; 24; 27].

Використання зазначених технологій надає можливість досліджувати і розробляти нові підходи до організації процесу навчання, що в свою чергу приводить до розвитку нової стратегії та методології навчання у вищій школі.

Використання хмарних технологій надає можливість позбутися від необхідності підтримування складних інфраструктур опрацювання даних, клієнтських і мережних додатків на сервері організації, але орендувати їх як послугу. Зокрема, користувачі можуть отримувати в своє розпорядження повністю готове для роботи віртуалізоване робоче місце. При цьому виникає можливість надання значного обсягу навчального контенту засобами достатньо дешевого апаратного забезпечення (це може бути ноутбук, нетбук і навіть смартфон).

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Балик Н.Р. Методика вивчення експертних систем у курсі інформатики та обчислювальної техніки: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Балик Надія Романівна; УДПУ імені М.П. Драгоманова. – Л.: 1995. – 191 с.
2. Биков В. Ю. Хмарні технології, ІКТ-аутсорсинг і нові функції ІКТ підрозділів освітніх і наукових установ / В. Ю. Биков // Інформаційні технології в освіті. – №10. – 2011. – С. 8-23.
3. Воденин Д. Р. Оптимизационные задачи на графах: Учебно-методическое пособ. для студ.экон.эфак./ Д. Р. Воеводин. – Ульяновск : УлГУ.Мех.– мат.фак.– 1999. – 72 с.
4. Глибовець М. М. Штучний інтелект: підруч. [для студ. вищ. навч. закладів, які навчаються за спец. "Комп'ютерні науки" та "Приклад. математика"] / М. М. Глибовець, О. В. Олецький – К. : Вид. дім "КМ Академія", 2002. – 366 с.
5. Жалдак М. І. Основи теорії і методів оптимізації : навч. посіб. для студ. мат. спец. вищ. навч. закл. / Жалдак М. І., Триус Ю. В. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 608 с.

6. Кирсанов М.Н. Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы / М. Н. Кирсанов. – М.: Издательство ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 168 с.
7. Кобильник Т.П. Системи комп'ютерної математики : Maple, Mathematica, Maxima / Тарас Петрович Кобильник. – Дрогобич : Редакційно-видавничий відділ ДДПУ імені Івана Франка, 2008. – 316 с.
8. Кобильник Т. П. Використання системи Maxima для розв'язування оптимізаційних задач на графах / Т. П. Кобильник, У. П. Когут // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія "Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання" : зб. наук. пр. / Редрада. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова. – 2012.– №12 (19). – С.62-67.
9. Когут У. П. Передумови ефективної інтеграції ІКТ в навчальний процес бакалаврів інформатики педагогічного університету [Електронний ресурс] / Уляна Петрівна Когут// Інформаційні технології і засоби навчання. – 2011. – № 6(26). – Режим доступу: <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/571>.
10. Компьютерная математика с Maxima: Руководство для школьников и студентов / Е.А. Чичкарёв. – М. : ALT Linux, 2012. – 384 с.
11. Кушнір В. А. Системний аналіз педагогічного процесу: методологічний аспект / В. А. Кушнір. – Кіровоград : Видавничий центр КДПУ, 2001. – 348 с.
12. Методические указания по вопросам мировоззренческой и воспитательной направленности преподавания курса высшей математики в техническом вузе / [составитель В.В.Пак]. – Донецк : ДПИ, 1989. – 64 с.
13. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов / Ф.А. Новиков. – С.-Пб.: Питер, 2005. – 364 с.
14. Оре О. Теория графов / О.Оре. – М.: Наука, 1980. – 408 с.
15. Самойленко М. І. Дослідження операцій (Математичне програмування. Теорія масового обслуговування): Навч. Посібник / Самойленко М. І., Скоков Б. Г. – Харків: ХНАМГ, 2005.– 176 с.
16. Семеріков С.О. Maxima 5.13: довідник користувача / Сергій Олексійович Семеріков; за ред. академіка М. І. Жалдака. – Київ, 2007. – 48 с.
17. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И.В. Сергиенко. – Киев: Наукова думка, 1988 – 472 с.
18. Сигал И. Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы: учеб.пособие / И. Х. Сигал, Иванова А. П. – [изд. 2-е, испр.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 240 с.
19. Скурихин В. И. Математическое моделирование / Скурихин В. И., Шифрин В. Б., Дубровский В. В. – М. : Техника, 1983. – 270 с.
20. Суханов Б. М. Интеграция естественнонаучного и технологического знания / Б. М. Суханов. – Л. : Изд-во ЛГУ, 1987. – 96 с.
21. Таха Х.А. Введение в исследование операций / Хемди А. Таха; пер. с англ. – [7-е издание]. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
22. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін: монографія / Ю. В.Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 400 с.
23. Триус Ю. Використання web-СКМ у навчанні методів оптимізації та дослідження операцій студентів математичних і комп'ютерних спеціальностей / Юрій Триус // Інноваційні комп'ютерні технології у вищій школі : матеріали 4-ої науково-практичної конференції, 20–22 листопада 2012 року, Львів / Національний університет «Львівська політехніка». – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2012. – С. 110-115.
24. Шишкіна М. П. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у сучасному високотехнологічному середовищі / М. П. Шишкіна, У. П. Когут // Інформаційні технології в освіті. 2013. № 15. – Херсон: ХДУ. С. 310-318.
25. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику : Учеб. пособие [для вузов] / Яблонский С. В. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит. 1986.– 384 с.
26. Maschietto M. Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories / Michela Maschietto, Luc Trouche. – ZDM 42.1. – 2010. – pp. 33-47.
27. Turner M. Turning software into a service / M. Turner, D. Budgen, P. Brereton // Computer. – 36 (10). – 2003. – pp. 38-44.

Стаття надійшла до редакції 16.03.16

**Taras Kobylnyk, Ulyana Kogut**

**Ivan Franko Drohobych State Pedagogical University, Drohobych, Ukraine**

## **METHODICAL ASPECTS OF SYSTEM MAXIMA IN LEARNING PROCESS OF OPERATIONS RESEARCH**

Training of operations research of bachelors of Computer Science is particularly important because combines both fundamental concepts and principles of mathematics and informational different disciplines and applied models and algorithms for their use.

One of the urgent problems of higher education is creation of a methodological training systems targeted at a broad, yet educationally balanced use of modern learning process and information and communication technologies, including computer systems of mathematics. It is scientifically based, educationally balanced and appropriate implementation of these tools in the educational institutions will increase the level of information technological support and substantial growth of informational and fundamental mathematical training of future specialists in computer science. Because of this, there is need to identify ways of using ICT in learning process of operations research of Bachelor of Computer Science in Pedagogical Universities, modernizing the learning environment, taking into account trends in the development of science and technology, improving teaching training systems, including through the use of computer mathematics system as learning tools.

This article analyzes the experimental study of effectiveness of using the system Maxima methods in learning of operations research of bachelors of computer science. The article outlines the pedagogical directions of use of computer mathematics system (CMS) at studying operations research; highlights the methodological aspects of CMS Maxima in the study of this course.

The purpose of the article is an experimental trial of CMS Maxima as a means of teaching of operations research of bachelors of computer science.

The object of investigation is the learning process of bachelors of computer science with the use of CMS.

The subject of investigation is the peculiarities of CMS Maxima using as a learning tool of support for computer science courses.

**Keywords:** bachelor of computer science; informatics disciplines; computer mathematics system; Maxima.

**Кобыльник Т. П., Когут У. П.**

**Дрогобычский государственный педагогический университет имени Ивана Франко, Дрогобыч, Украина**

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМЫ МАХИМА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ**

Обучение исследования операций в системе подготовки бакалавров информатики играет особую важную роль, потому что сочетает в себе как фундаментальные понятия и принципы различных математических и информатических дисциплин, так и прикладные модели и алгоритмы их применения.

Одной из актуальных проблем высшего образования является создание методических систем обучения, ориентированных на широкий и вместе с тем педагогически взвешенное использование в учебном процессе современных педагогических и информационно-коммуникационных технологий, в частности систем компьютерной математики. Научно обоснованное, педагогически взвешенное и целесообразным введение этих средств в отечественных учебных заведениях будет способствовать повышению уровня информационно технологического обеспечения и существенному росту фундаментальной информатической и математической подготовки будущих специалистов по информатике. Поэтому возникает необходимость определения путей использования ИКТ в процессе обучения исследования операций бакалавров информатики в педагогическом вузе, осовременивание среды обучения с учетом тенденций

развития науки и техники, совершенствование методических систем обучения, в частности, путем использования систем компьютерной математики как средства обучения.

Статья посвящена анализу экспериментального исследования эффективности методики использования системы Maxima в процессе обучения исследованию операций бакалавров информатики. В статье определены направления педагогического использования систем компьютерной математики (СКМ) при изучении исследования операций; освещены методические аспекты применения СКМ Maxima при изучении этого курса.

**Ключевые слова:** бакалавры информатики, исследования операций, системы компьютерной математики, Maxima.