

УДК 004:37

Попов В.В.

Астраханский государственный университет

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ СПРОСА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ КОРРЕКТНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТА ЗАМЕЩЕНИЯ

В курсе микроэкономики удобно в учебных целях использовать аддитивные функции спроса, в которых величина спроса задается линейной функцией цены, дохода и других факторов. Но при расчете эффекта замещения существует такой класс задач, в котором получаются недопустимые ответы. В статье описано выведенное автором правило подбора параметров уравнения, которое позволит избежать противоречия.

Ключевые слова: линейная функция спроса, эффект замещения, уравнение Слуцкого

В курсе микроэкономики принято использовать учебные функции спроса, среди которых выделяются аддитивные, в которых величина спроса выражается суммой функций цены, дохода и других факторов, причем чаще всего берется линейная зависимость. Эти функции очень удобны в учебных целях, но есть такой класс задач – расчет эффекта замещения – когда они могут давать невозможные ответы. Попробуем вывести правило подбора параметров уравнения, которое позволит избежать противоречия.

Пусть индивидуальный спрос задан уравнением $q = at - bP + c$, где q – величина спроса, t – доход, P – цена, а величины a , b , c – параметры. При этом a и b отражают зависимость спроса соответственно от дохода и от цены, а c – от всех прочих факторов, включая цены других благ, которые будем считать постоянными. Величина b обычно положительна (кроме исключительного случая товара Гиффена). Параметр c может для упрощения приниматься нулевым.

Как обычно, будем рассматривать лишь область положительных значений спроса, цены и дохода.

На самом деле учебная функция спроса, в том числе индивидуального, вовсе не должна точно отражать поведение человека. Она является лишь моделью человеческого поведения, предназначенной для определенных условий, для ответа на определенные вопросы, и вне этих рамок не должна использоваться.

Линейная зависимость спроса от цен кажется простой и естественной, но не столь просты функции полезности, соответствующие такому поведению [1]. Наше уравнение можно получить на основе квазилинейной функции полезности. Если $U = (c/b)q - (1/b)q^2/2$ и не зависит от композитного товара «все остальные блага», то, приравнявая предельную полезность цене получаем $(c/b) - (1/b)q = P$, или $q = c - bP$, что соответствует нашему случаю, но только, если спрос не зависит от дохода ($a = 0$).

Это не случайно: линейная зависимость от всех цен и дохода просто невозможна, она не обладает нулевой степенью однородности. Когда все переменные, скажем, удваиваются, величина спроса не может остаться прежней. Это не мешает ей пользоваться, но лишь там, где это противоречие не проявляется явно.

Поскольку параметры такой функции напрямую выражают эффекты, описываемое уравнением Слуцкого, они должны соответствовать требованиям, вытекающим из неположительного (отрицательного, то есть противоположного изменению цены или нулевого) значения эффекта замещения, что является неперенным признаком рационального поведения. Рассмотрим ограничения, налагаемые этим на функцию спроса.

Графічески лінійний спрос виглядає як плоскість в трьохмерному просторі, і будь-яке положення цієї плоскості кажеся вповне логічним (во всякому випадку, при від'ємній залежності спросу від ціни). Між тим деякі області такої плоскості є некоректними, в тому сенсі, що характеризуються позитивним ефектом заміщення.

Згідно з рівнянням Слуцького $\delta q/\delta P = \delta q/\delta P^{\text{comp}} - q(\delta q/\delta m)$, де $\delta q/\delta P$ – загальна дія ціни на спрос або загальний ефект (TE), $(\delta q/\delta P)^{\text{comp}}$ – похідна компенсованого спросу або ефект заміщення (SE), а $[-q(\delta q/\delta m)]$, добуток величини спросу на похідну спросу по доходу, взяте з оберненим знаком, є ефект доходу (IE).

Тепер вимога про невід'ємність ефекта заміщення виражається дуже просто:

$$q \leq -(\delta q/\delta P) / (\delta q/\delta m),$$

Таким чином, відношення частинних похідних (або еластичностей) спросу по ціні і доходу, взяте з оберненим знаком, повинно бути не менше величини спросу.

Особливістю аддитивної функції спросу є можливість безпосередньо розраховувати ефект доходу, не виводячи спочатку ефект заміщення на основі компенсованого спросу, виводимого з функції корисності. Для лінійного спросу це легко вважається, $(\delta q/\delta m) = a$. Загальний ефект $(\delta q/\delta P) = -b$, отже:

$$q \leq b/a$$

Відбувається, для нижчих благ, для яких $a < 0$, виконання цього умови неможливо (крім товару Гіффена, коли параметр b теж від'ємний).

Якщо ж благо нормальне ($a > 0$), то в області значень функції спросу, частинці простору з позитивними координатами q , m , P , можна представити плоскість, що проходить через точку b/a на осі q (традиційно направленої вправо) і паралельну плоскості P , m . Сама ця плоскість і вся область ліворуч від неї – допустимі значення, там спрос не перевищує критичну величину b/a . А вся область праворуч – «заборонена», що відображає заведомо нерациональне поведіння. Дивно, що в певному сенсі неможлива область «більше» можливої, тому що не обмежена по осі q .

Для нормальних товарів максимальне значення q неограниченно зростає і більша частина двохмерної плоскості, що відображає функцію спросу, виходить за вказані межі.

При кожній заданій величині доходу з трьохмерної функції спросу отримується двохмерна, зв'язуюча P і q , і зображуєма прямою лінією, точніше відрізком. Лише частина цих функцій коректні (в сенсі значення ефекта заміщення) по всій довжині – те, у чому найбільша величина спросу, що відповідає нульовій ціні, не перевищує b/a .

К сожалению, це обставина не завжди враховується розробниками завдань і навчальних прикладів, якщо мова йде спеціально про розрахунок ефекта заміщення або якщо передбачуваний відповідь лежить в «правильній» області. Ось кілька прикладів.

Wikipedia, популярна електронна енциклопедія, як приклад вправи наводить повну функцію спросу наступного виду [2]

$$Q = 225 - P + 20P_s - 30P_c + 0.90 P_{op} + 1.5Y$$

де P_s і P_c – ціни відповідно субститутів і доповнень, P_{op} – населення, Y – дохід.

Використовуючи значення $P_s = 3$, $P_c = 2,5$, $P_{op} = 12,5$, $Y = 18,5$ пропонується отримати частинний випадок, «звичайну» функцію спросу

$$Q = 324 - P.$$

Само по собі це рівняння не викликає заперечень, але як воно узгодиться з оголошеною вище зв'язкою з доходом?

«Візьмемо» дохід в рівняння, отримаємо

$$Q = 296,25 - P + 1,5Y$$

Оказывается, $b/a = 1/1,5 = 2/3$: критическая величина очень мала, и хотя кажется, что Q может принимать любые значения от нуля до 324, оно меньше единицы и на самом деле не должно превышать $2/3$!

Конечно, в более профессиональных работах нет таких явных несуразностей, но неточности встречаются.

В известном сборнике задач к учебнику Х.Вэриана [3, с. 97 – 98]., приводится уравнение

$$q = 0,02m - 2P$$

и предлагается, полагая $m = 7,500$, посчитать эффект замещения при росте цены с 30 до 40.

Подставив значение дохода, получим

$$q = 150 - 2P.$$

Спрос не должен превышать величину $2/0,02 = 100$. При указанном изменении цены спрос меняется от 90 до 70, то есть остается в разумных пределах, все правильно. Но если любопытный студент попробует посчитать эффект замещения при ценах ниже 25, когда спрос выше 100, он получит положительный эффект замещения, и может решить, что опроверг Джона Хикса!

В еще более продвинутом курсе микроэкономики В.Николсона [4, с. 281], также можно найти неудачный пример, хотя и совсем незначительный.

В примере 10.1 в десятой главе приводятся функции спроса двух индивидов, которые затем складываются, чтобы получить рыночный спрос. У второго из них спрос можно выразить как

$$q = 19 + 0,05m - P$$

Потом, в связи с ростом цены товара-субститута, он меняется:

$$q' = 20 - 0,05m - P$$

При этом доход принимается равным 20, следовательно, в простой форме

$$q = 20 - P$$

$$q' = 21 - P$$

Максимальная величина спроса вначале была равна 20, что как раз соответствует критической ($1/0,05$), а потом немного выходит за эти пределы, растет до 21. Тем не менее этот индивидуальный спрос складывается со спросом другого потребителя, и в полученном общем уравнении скрывается его внутренняя противоречивость.

Конечно, если вычисление эффекта замещения не предполагается, можно не обращать внимания на подобные невязки. Между тем в ходе демонстрации учебного материала нередко случается поставить другие вопросы, да и сами студенты могут это сделать, и получить нелепые ответы. Избавиться от такого коренного недостатка аддитивной функции спроса как несоответствие требованию нулевой однородности невозможно. А вот избежать появления положительного эффекта замещения не сложно, надо только подобрать коэффициенты, соответствующие выведенному выше правилу.

ЛИТЕРАТУРА:

1. G.Alperovich and I.Weksler A Class of Utility Functions Yielding Linear Demand Functions. The American Economist Vol. 40, No. 1 (Spring, 1996), pp. 20-23
2. http://en.wikipedia.org/wiki/Demand_curve
3. T.Bergstrom, H.Varian Workouts in Intermediate Microeconomics, 6th.ed., W.W.Norton,2003.
4. Walter Nicholson. Microeconomic Theory. Basic Principles and Extensions. 9-th edition. – United States: South-Western, 2005.

Стаття надійшла до редакції 23.03.2013

Попов В. В.

Астраханський державний університет

**ВИБІР ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОЇ ФУНКЦІЇ ПОПИТУ, ЗАБЕЗПЕЧУЮЧИХ
КОРЕКТНЕ ОБЧИСЛЕННЯ ЕФЕКТУ ЗАМІЩЕННЯ**

У курсі мікроекономіки зручно в навчальних цілях використовувати адитивні функції попиту, в яких величина попиту задається лінійною функцією ціни, доходу та інших факторів. Але при розрахунку ефекту заміщення існує такий клас задач, в якому виходять неприпустимі відповіді. У статті описано виведене автором правило підбору параметрів рівняння, яке дозволить уникнути протиріччя.

Ключові слова: лінійна функція попиту, ефект заміщення, рівняння Слуцького.

Popov V.

Astrakhan State University

**SELECTION OF LINEAR DEMAND FUNCTION PARAMETERS FOR ENSURING
THE CORRECT SUBSTITUTION EFFECT CALCULATION**

In the course of microeconomics it is convenient to use additive functions of requirements in educational purposes, in which the volume of requirements is set by the linear function of the price, revenue and other factors. But in arriving at the substitution effect there is a number of problems in which impossible answers come out. The formula adjustment concluded by the author, which will allow to avoid contradictions, is described in the article.

Keywords: linear function of the requirements, substitution effect, formula of Slutskyi.