

УДК 004.42+004.432.2

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОЛІМПІАДНИХ ЗАДАЧ З ІНФОРМАТИКИ НА САЙТІ E-OLIMP

Вакалюк Т.А.

Житомирський державний університет імені Івана Франка

У статті розглядається новий розділ на порталі зі спортивного програмування e-olimp, а саме математичні основи під час розв'язування олімпіадних задач з інформатики.

Ключові слова: портал e-olimp, комбінаторика, теорія чисел, геометрія, теорія ймовірностей, системи числення.

Досить часто під час розв'язування олімпіадних задач з інформатики, а саме програмування, виникають труднощі, які пов'язані з математичним розв'язком задачі.

Саме для цього було створено ще один розділ на сайті e-olimp, який присвячений основним поняттям з математики. Матеріал, розміщений у цьому розділі, стане в нагоді учням та студентам під час розв'язування практичних задач.

Тут розміщені базові математичні факти, які найчастіше використовуються в задачах із спортивного програмування. Це такі розділи математики, як комбінаторика, теорія чисел, системи числення, геометрія, теорія ймовірностей, базові алгебраїчні поняття та лінійна алгебра.

Перевагою даного розділу є те, що до деяких фактів наведено їх реалізацію на мові програмування Pascal.

Розглянемо який вигляд має цей розділ. При переході до розділу «Математичні основи під час розв'язування олімпіадних задач з інформатики» перед користувачем відкриється наступна сторінка (рис. 1):

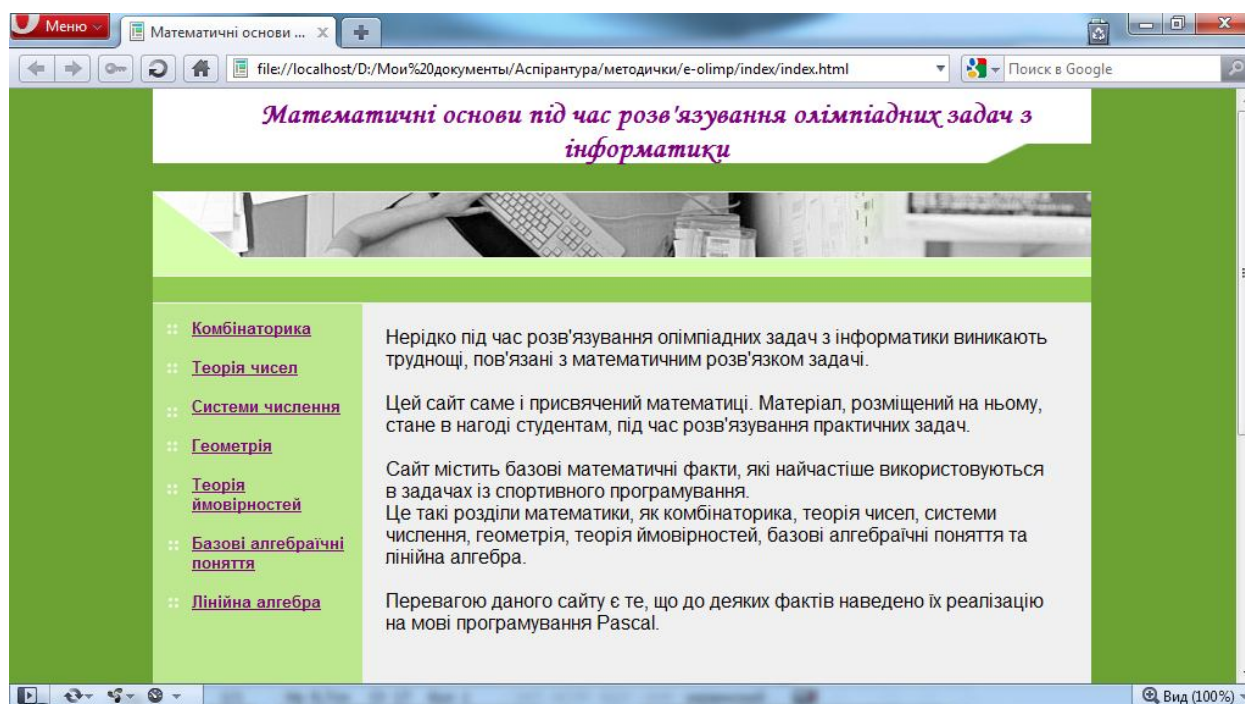


Рис. 1. Загальний вигляд розділу «Математичні основи під час розв'язування олімпіадних задач з інформатики»

Дана сторінка має таку структуру: зліва розміщені основні розділи математики, на які звертається увага (рис. 2):

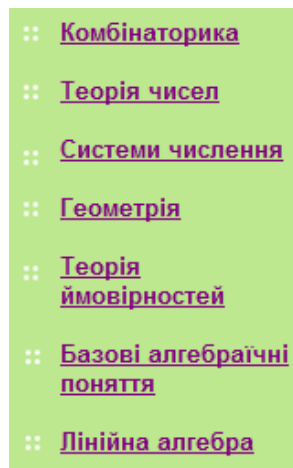


Рис. 2. Основні розділи математики

Перший розділ – це комбінаторика. Зробивши свій вибір, наприклад, вибравши розділ «Комбінаторика», в центральній області ми побачимо наступне (рис. 3):

Основне правило комбінаторики

Нехай необхідно виконати послідовно k дій. Якщо першу дію можна виконати n_1 способами, другу - n_2 способами і так далі до k -ї дії, яку можна виконати n_k способами, то всі k дій можна виконати $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ способами.
Скорочення $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ називається **факторіалом** числа n (читається n -факторіал).

Приклад 1. Обчислення факторіалу

```
Код Pascal
var  n,i,tmp:integer;

function Fuctorial(A:integer):integer;
BEGIN
  for i:=1 to A do
    tmp:=tmp*i;
  fuctorial:=tmp;
END;
```

Рис. 3. Розділ «Комбінаторика»

У цій частині описуються основні поняття з вибраного розділу, а також наводяться приклади реалізації деяких основних понять, наприклад код реалізації для задачі обчислення факторіалу, буде мати вигляд:

Задача 1. Обчислити $n!$

```
var  n,i,tmp:integer;
function Fuctorial(A:integer):integer;
begin
  for i:=1 to A do
    tmp:=tmp*i;
  fuctorial:=tmp;
end;
begin
  Readln(N);
  writeln('Fuctorial=',Fuctorial(N));
  readln;
end.
```

На сторінці код програми записаний у віконечку, тому щоб його повністю побачити, необхідно використовувати полосу прокрутки.

Отже, у цій частині розписані такі основні поняття: поняття факторіалу та способи його обчислення, поняття комбінацій та сполучень, перестановок, а також їх способи обчислення, біном Ньютона.

Другим розділом є «Теорія чисел», в якому описані такі поняття, як: просте число, розклад числа на прості множники, умови подільності, НСД (найбільший спільний дільник), НСК (найменше спільне кратне), взаємно прості числа, досконалі числа.

У наступному розділі «Системи числення» описані основні системи числення, такі як двійкова, десяткова, шістнадцяткова. Також показано за якими правилами здійснюється перехід з однієї системи числення до іншої, а також навпаки, і реалізовано декілька прикладів.

Вибравши наступний розділ «Геометрія» перед нами з'явиться таке підменю (рис. 4):

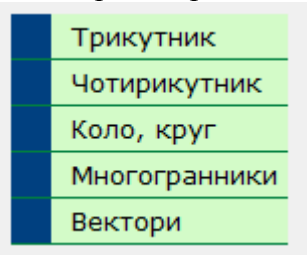


Рис. 4. Пункти меню, які можна вибрати у розділі «Геометрія»

Перший пункт меню «Трикутник» містить основні поняття про трикутники: означення трикутника, види трикутників, означення медіани, бісектриси, висоти, основні формули для обчислення площі трикутника, наведені теореми косинусів, синусів, а також теорема Піфагора, формули знаходження радіусів вписаних та описаних кіл.

Пропонується такий приклад реалізації знаходження площі трикутника за формулою Герона.

Задача 2. Знайти площу трикутника за відомими трьома сторонами.

```
var a, b, c:integer;
function geron(a,b,c:integer):double;
var p:double;
begin
  p:=(a+b+c)/2;
  geron:=p*(p-a)*(p-b)*(p-c);
end;
begin
  write('vvedite a-> '); readln(a);
  write('vvedite b-> '); readln(b);
  write('vvedite c-> '); readln(c);
  writeln(geron(a,b,c));
end.
```

У наступному пункту «Чотирикутники» містяться відомості про основні типи чотирикутників: паралелограм, прямокутник, ромб, трапеція, а саме: означення, властивості, формули для обчислення площ та ін., наведено приклади реалізації деяких основних типів задач.

Наприклад, наведено реалізацію на мові програмування Паскаль, такої задачі:

Задача 3. Дано координати трьох вершин ромба (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) . Обчислити площу і периметр ромба.

Щоб розв'язати цю задачу, необхідно знати такі основні означення та формули як: означення ромба, формула обчислення довжини відрізка, а також формули для знаходження площі ромба.

```
var a,b,c,P,S,d1,d2,x1,y1,x2,y2,x3,y3: real;
begin
  write(' Введіть x1 y1: ');
```

```

readln(x1,y1);
write(' Введіть x2 y2: ');
readln(x2,y2);
write(' Введіть x3 y3: ');
readln(x3,y3);
a:= sqrt(sqr(x1-x2)+sqr(y1-y2));
b:= sqrt(sqr(x1-x3)+sqr(y1-y3));
c:= sqrt(sqr(x2-x3)+sqr(y2-y3));
if (a=b)or(a=c) then P:= 4*a
else P:= 4*b;
if (a=b) then
begin
d1:=c;
d2:=2*sqrt(sqr(a)-sqr(d1/2));
S:= (d1*d2)/2;
end else
if (b=c) then
begin
d1:=a;
d2:=2*sqrt(sqr(b)-sqr(d1/2));
S:= (d1*d2)/2;
end else
if (a=c) then
begin
d1:=b;
d2:=2*sqrt(sqr(b)-sqr(d1/2));
S:= (d1*d2)/2;
end;
writeln;
writeln(' P = 4 * a = ',P:3:3);
writeln(' S = 0.5 * d1 * d2 = ',S:3:3);
end.

```

Наступним розділом є коло та круг. Тут висвітлюються такі поняття як коло, круг, їх відмінності, хорда, дотична, довжина дуги кола, формула для її обчислення, площа круга, формула для її обчислення, сектор, сегмент, основні властивості вписаних кутів.

Ще одним з основних пунктів меню є «Многогранники», в якому описані означення та властивості многогранників, типи многогранників: призма, паралелепіпед, піраміда, їх основні складові, та формули для обчислення основних величин: площа бічної поверхні, площа основи, площа повної поверхні та ін.

Останнім пунктом меню є «Вектори». Тут описано поняття вектора, модуля вектора, протилежно напрямлених векторів, спів напрямлених векторів, колінеарних векторів, нуль-вектора, рівності векторів, орта, скалярного добутку двох векторів, векторного добутку двох векторів, сума двох векторів, різниця двох векторів, а також правило трикутника та паралелограма.

Наступним розділом після «Геометрії» є розділ «Теорія ймовірностей», в якому описуються основні поняття.

Ще одним досить великим розділом є «Базові алгебраїчні поняття». Після того, як вибрати цей розділ, з'явиться наступне меню (рис. 5):

Прогресії
Границя функції
Похідна функції
Первісна та інтеграл

Рис. 5. Основні розділи алгебри

Тут ми можемо побачити основні розділи алгебри, поняття яких необхідно знати як початкові знання. А саме: прогресія, арифметична та геометрична прогресія, границя функції, знаходження границь функцій, похідна функції, таблиця основних похідних, первісна, інтеграл, таблиця основних інтегралів, застосування інтегралів для знаходження площ фігур, обмежених лініями.

Зокрема у підрозділі «Первісна та інтеграл» наведено приклад обчислення площі криволінійної трапеції, яка обмежена деякими функціями.

Задача 4. Обчислити методом трапецій площу фігури, обмеженої кривими: $Y=X^2$ і $Y=X^4$ (рис. 6).

Нагадаємо з математичного аналізу формулу для знаходження площі фігури методом трапеції: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2n} \cdot \left(f(a) + f(b) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} x_k \right)$.

У нашому випадку графік симетричний відносно осі ОУ, тому можемо знайти площу з однієї сторони а потім помножити результат на 2. А з правої сторони, як бачимо, графіки перетинаються в точках 0 та 1, тому інтеграл шукаємо від 0 до 1. І як відомо з курсу алгебри та початків аналізу, площа фігури, обмеженої лініями, буде обчислюватись як інтеграл від функції $f(x)=x^2-x^4$. Отже, маємо формулу:

$$S = 2 \int_0^1 (x^2 - x^4) dx$$

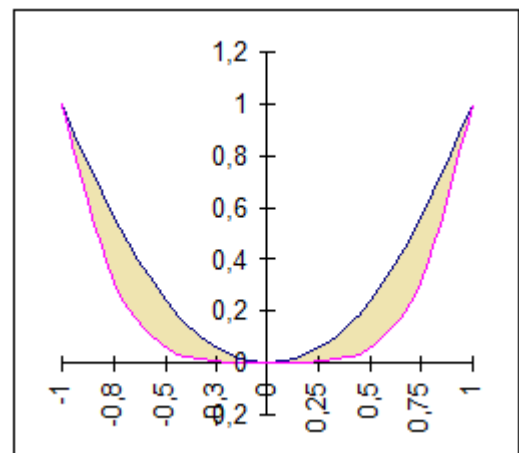


Рис. 6. Графічне зображення задачі

Приклад реалізації на мові Паскаль, який наведено на вищезгаданому сайті:

```

var a, b, s, x : real;
i : integer;
begin
a:=0; b:=1; s:=0;
for i:=1 to 9 do
begin
x:=a+i/10;
s:=s+(sqr(x)-sqr(sqr(x)));
end;
s:=(b-a)/20*(sqr(a)-sqr(sqr(a))+sqr(b)-sqr(sqr(b))+2*s);
s:=s*2; writeln('s=',s:10:3);
end.

```

Отже, як ми бачимо, математичні знання дуже важливі для розв'язку задач з програмування. Тому, на нашу думку, даний розділ на сайті e-olimp стане в нагоді не лише учням, а й студентам та вчителям. Адже будь-кому в певний момент можуть знадобитись деякі математичні знання, а довідника поряд не буде, а тому маючи інформацію на тому ж сайті це набагато спростить пошук необхідних знань та прискорить математичний розв'язок задачі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Інтернет-портал організаційно-методичного забезпечення дистанційних олімпіад з програмування для обдарованої молоді. - Режим доступу: www.e-olimp.com
2. Жуковський С.С. "E-olimp" – система автоматичної перевірки задач та проведення олімпіад з інформатики в інтернеті /Комп'ютер у школі та сім'ї. – №1 (65). – 2008. – С.48-50.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібн. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.: іл..
4. http://ru.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_Евклида
5. <http://borlpasc.narod.ru/docum/prac/algorev.htm>
6. http://algolist.manual.ru/math/count_fast/phi_n.php
7. http://e-maxx.ru/algo/euler_function
8. <http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/102639>
9. http://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Эйлера