УДК 371.372

ФОРМУВАННЯ АЛГОРИТМІЧНОГО СТИЛЮ МИСЛЕННЯ У МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНИХ СИСТЕМ НАВЧАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Берман В.П., Львова Н.М.
Херсонський державний університет

В роботі розглянуті методичні аспекти використання математичних систем навчального призначення, розроблених НДІ інформаційних технологій Херсонського державного університету на практичних заняттях з методики викладання математики для студентів напряму «Математика» з метою формування алгоритмічного стилю мислення.

Ключові слова: *Методика викладання математики, алгоритмічний стиль мислення, математичні системи навчального призначення.*

Вступ

Формування алгоритмічного стилю мислення є одним з важливих практичних завдань методичних систем підготовки майбутніх вчителів математики. Розв'язанню цього завдання присвячені, перш за все, курси основ алгоритмізації та програмування, чисельних методів, обчислювальні практики. Проте, сучасний вчитель математики повинен мати більш глибоке уявлення про фундаментальне поняття алгоритму ніж те, яке формується в цих курсах. Саме, теоретичне підґрунтя цього загальнонаукового поняття закладається в курсі математичної логіки та теорії алгоритмів Теорія алгоритмів вивчає алгоритми в рамках поняття «алгоритмічні системи», а математична логіка – в рамках поняття «формальні математичні системи». З нашої точки зору, курси математичної логіки та теорії алгоритмів відірвані як від шкільного курсу математики, так і від шкільного курсу основ алгоритмізації та програмування. Цю відірваність можна ліквідувати, якщо розглядати процес розв'язання шкільної алгебраїчної задачі як процес складання та перетворення формальної математичної моделі. Це можна робити на практичних заняттях з методики математики, використовуючи математичні систем навчального призначення серії Терм [1-5], які розроблені НДІ інформаційних технологій Херсонського державного університету. Дана робота присвячена методичним аспектам застосуванню цих програмних засобів при вивченні методики викладання математики в педагогічних ВНЗ.

1. Математичні системи навчального призначення

Зауважимо, що традиційні комп'ютерні курси з математики базуються на ідеях програмованого навчання, хоча і використовують сучасні апаратні і програмні можливості обчислювальної техніки і нові методи представлення знань. Найбільш розвиненою і зробленою як з методичної, так і з технічної точок зору за такого підходу виявляється лекційна частина курсу. Проблема адекватної підтримки практичних занять з математики менш розроблена. Разом з тим саме практичні заняття складають найбільш велику за обсягом та важливу за змістом складову частину методичної системи навчання математики і потребують адекватної інформаційної підтримки [6-9].

Ми виходимо з того, що математична практична діяльність учня полягає в розв'язуванні математичних задач. Як правило, для підтримки практичних занять методисти рекомендують використовувати професійні математичні системи (ПМС) (універсальні системи комп'ютерної алгебри (СКА) – Mathematica, Maple, Derive, Mathcad та ін. На ринку існує численна навчальна та методична література [10-13], присвячена використанню цих програмних система в навчальному процесі. Користувачі зазначених СКА проводять численні науково-методичні конференції, семінари. Однак, з нашої точки зору, використання ПМС в навчальному процесі дещо обмежене. По-перше, ПМС призначені для розв'язання математичних задач, в той час як ПЗНП з математики мають підтримувати хід розв'язання математичних задач. Ця специфіка відома як принципи чорного та білого ящиків (рис.1).

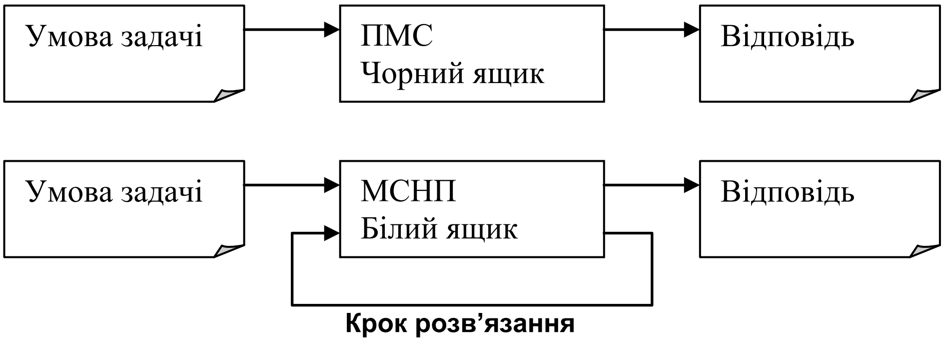

Рис 1. Принцип чорного та білого ящиків.

По-друге, ПМС не містять дидактичних матеріалів. Інструкція користувача ПМС не може замінити ні підручника, ні задачника з математики. По-третє, інтерфейс ПМС не орієнтований на учнів середньої школи. ПМС, як правило, не використовують навіть спеціалізованого математичного редактора, обмежуючись редактором рядка з програмістським синтаксисом. Ці обмеження можна продовжити.

Навчальна математична діяльність, однак, має певну специфіку. *Метою учня є побудова ходу розв'язання математичної задачі, а не одержання відповіді.* Тому математичні системи навчального призначення повинні підтримувати саме хід розв'язування математичної задачі. Саме з метою уникнення цих недоліків і створені МСНП ТерМ, БН «Алгебра», Алгебра-7, Алгебра-8.

Основне призначення цих МСНП – комп'ютерна підтримка практичних занять і лабораторних робіт з математики – тобто активної математичної діяльності користувача (учня, студента). У процесі такого роду діяльності учень використовує теоретичні знання, придбані на попередніх етапах навчання, для розв'язання практичних задач.

Такі програмні засоби підтримують процес вирішення математичної задачі, надаючи учню можливість зосередитись на суті задачі.

Математичні уміння і навички формуються в процесі розв'язання математичних задач. Якщо учень розв'язує задачу в зошиті за допомогою авторучки, час, який витрачається на вирішення задачі, розподіляється таким чином:

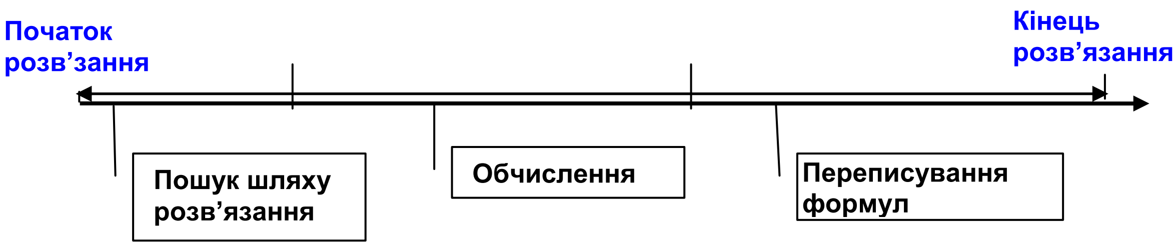

Рис 2. Розподіл часу розв'язання задачі «вручну».

Як ми знаємо, обчислення і переписування формул (у новому місці зошита) віднімають велику частину часу. Але, якщо мова йде про учнів старших класів, і обчислення (арифметичні дії над числами), і переписування формул – це види діяльності, що не спрямовані безпосередньо на придбання нових математичних умінь і навичок. Крім того, саме ці види діяльності можна ефективно автоматизувати.

Вихід полягає в тому, щоб замість традиційної (ручної) технології розв'язання математичних задач реалізувати комп'ютерну технологію, що ефективно вирішує проблеми, зазначені вище. Тоді час на вирішення задачі буде розподілено в такий спосіб:

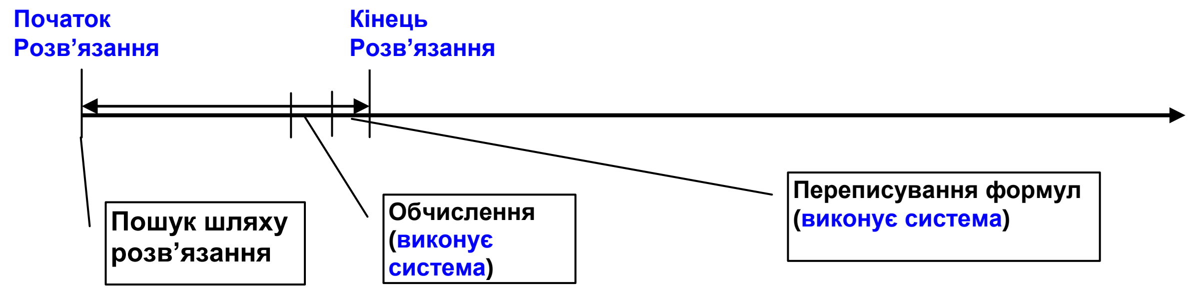

Рис 3. Розподіл часу розв'язання задачі в середовищі розв'язання МСНП.

Такий підхід дозволить якісно підвищити ефективність практичної роботи користувача, дасть можливість вирішити велику кількість різноманітних задач і тим самим якісно засвоїти навчальний матеріал, придбати необхідні математичні уміння і навички.

МСНП, що підтримує обчислення і переписування, має одну важливу властивість: вона не допускає помилок. Тому будь-яке рішення задачі, якщо воно закінчено, є правильним з математичної точки зору. Ця обставина дозволяє розвантажити і вчителя: він не повинен перевіряти хід розв'язання задачі на правильність. Його задача відтепер – оцінити раціональність рішення.

МСНП типу ТерМ у своєму складі мають такі програмні модулі: Електронний задачник, Середовище розв'язання задач (СРЗ), Електронний зошит.

Робота здійснюється за таким сценарієм:

- Користувач відкриває Задачник, вибирає в ньому задачу, яку треба розв'язувати і пересилає її в СРЗ.
- Користувач розв'язує задачу в СРЗ по кроках. На кожному кроці він обирає перетворення, яке потрібно зробити. Команда, що здійснює це перетворення, виконується СРЗ. Так, крок за кроком, формується хід розв'язання задачі.
- Хід рішення задачі зберігається в Зошиті для того, щоб вчитель зміг оцінити правильність її рішення, а учень – згадати надалі метод її рішення.

2. Алгоритмічний характер процесу розв'язання задачі в МСНП

Основний вид діяльності користувача в МСНП типу ТерМ – розв'язування математичної задачі. Цей процес є послідовністю кроків, на кожному з яких користувач виконує деяке перетворення математичного об'єкта – моделі математичної задачі. Таким чином, основним програмним модулем ПМК є спеціальний модуль – *Середовище розв'язання (задач)*. Основні функції цього модуля – перевірка правильності перетворень, виконаних користувачем, або автоматичне виконання перетворення.

Модель навчальної математичної задачі. Під навчальною математичною задачею (НМЗ) ми розуміємо задачу однієї з математичних дисциплін, яка підтримується МСНП. МНСП типу Терм підтримують курс алгебри для 7–9 класів загальноосвітньої школи. Навчальні задачі з алгебри 7–9 класів можна типізувати наступним чином:

- Лінійні та алгебраїчні рівняння однієї змінної.
- Системи лінійних та алгебраїчних рівнянь багатьох змінних.
- Задачі на цілі, раціональні та алгебраїчні вирази багатьох змінних (спрощення, доведення тотожностей).
- Лінійні та алгебраїчні нерівності однієї змінної.
- Прогресії

Математична модель НМЗ шкільного курсу алгебри. НМЗ представляється у вигляді безкванторної формули прикладної логіки предикатів $F(x_1,\ldots,x_n)$. Атомарними предикатами формули $F(x_1,\ldots,x_n)$, є предикати рівності й заперечення рівності ($\neq$), строгого й нестрогого порядку, а також інші атомарні предикати, визначення яких здійснюється у рамках відповідної предметної області. Логічні зв'язки – кон’юнкція та диз’юнкція. Безкванторні формули інтерпретуються, залежно від типу завдання, або як універсальні, або як екзистенціальні. Наприклад, у задачах на доведення тотожностей формула $F(x_1,\ldots,x_n)$ інтерпретується як універсальна, а у задачах на розв’язання систем рівнянь – як екзистенціальна.

Наприклад, для задачі: знайти додатні розв’язки рівняння $\frac{2\cdot x+1}{x-2}=\frac{x+2}{x}$ математичною моделлю є: $F(x)=(\frac{2\cdot x+1}{x-2}=\frac{x+2}{x})\,\&\,(x>0).$

Модель шкільної алгебраїчної задачі з алгебри 7–9 класів, реалізована в системі ТерМ, використовує:

1. Раціональні числа у формах звичайних дробів, змішаних дробів і десяткових періодичних дробів.
2. Алгебраїчні операції $x+y, x-y, x*y, x/y, |x|, \sqrt{x}$.
3. Атомарні предикати $F=G, F\neq G, F<G, F\leq G, F>G, F\geq G.$

У цій сигнатурі можна представити практично всі задачі курсу алгебри 7–9.

Допустимі елементарні перетворення математичних моделі задач. Список припустимих перетворень надано у модулі *Довідник*, звідки користувач на кожному кроці обирає потрібне перетворення. Саме ця технологія дозволяє вирішувати на практичних заняттях проблему формування алгоритмічного стилю мислення. Розглянемо її на прикладі МСНП «Алгебра, 8».

1. Обираємо в електронному задачнику Задачу 5 розділу 3.6 (рис. 4).
2. Відкриваємо її для розв’язання в СРЗ (рис. 5). Починаємо розв’язання задачі.
3. На першому етапі учень має скласти її математичну модель. Для цього він може скористатися підказкою у вигляді анімації, яка наочно демонструє умову задачі (рис. 6).
4. Якщо модель складено правильно, користувач приступає до виконання 2-го етапу розв’язання задачі – формування послідовності перетворень. Якщо користувач не зміг правильно скласти математичну модель, програма може зробити це за нього (рис. 7).
5. На кожному кроці розв’язання користувач має обрати одне з допустимих перетворень у Довіднику (рис. 7, 8 – праве поле) та виконати його за допомогою комп’ютера, нажавши кнопку *Виконати* у вікні обраної довідки.
6. Розв’язання завершується відповіддю (рис.8).

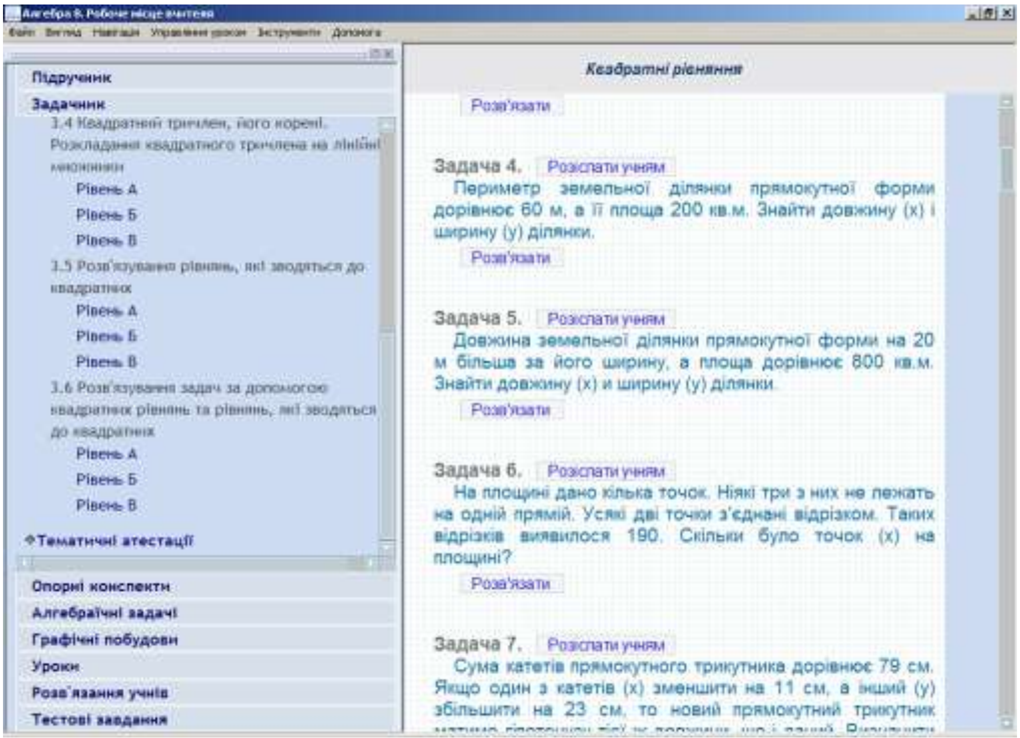

Рис. 4. Електронний задачник МСНП «Алгебра, 8».

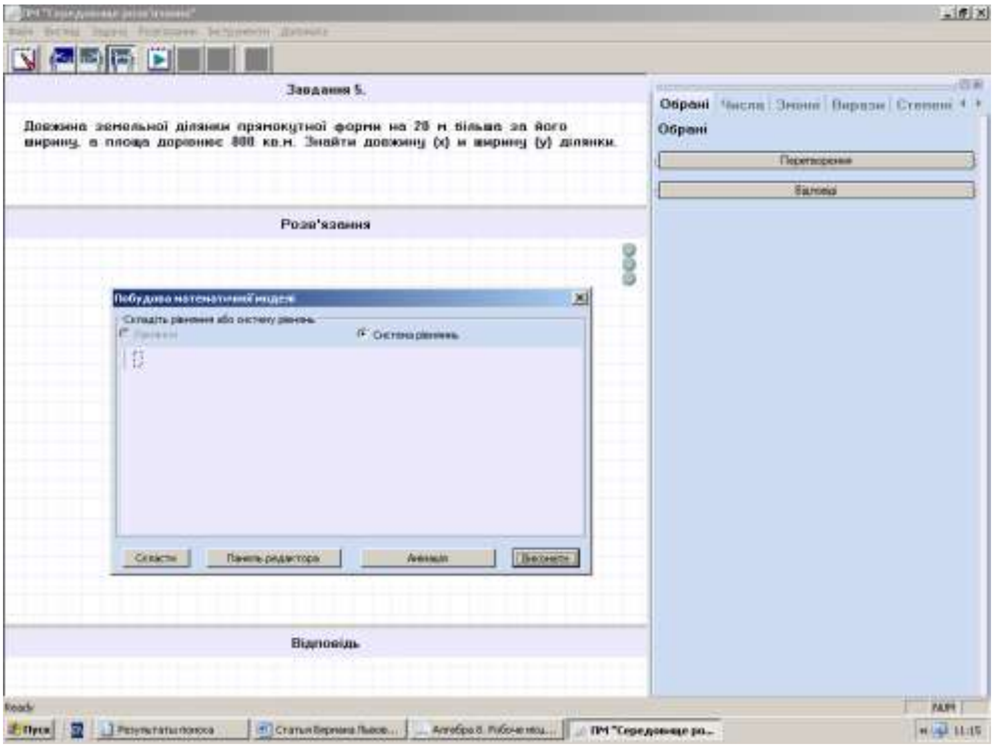

Рис. 5. Середовище розв'язання МСНП «Алгебра, 8» з вікном «Побудова математичної моделі»

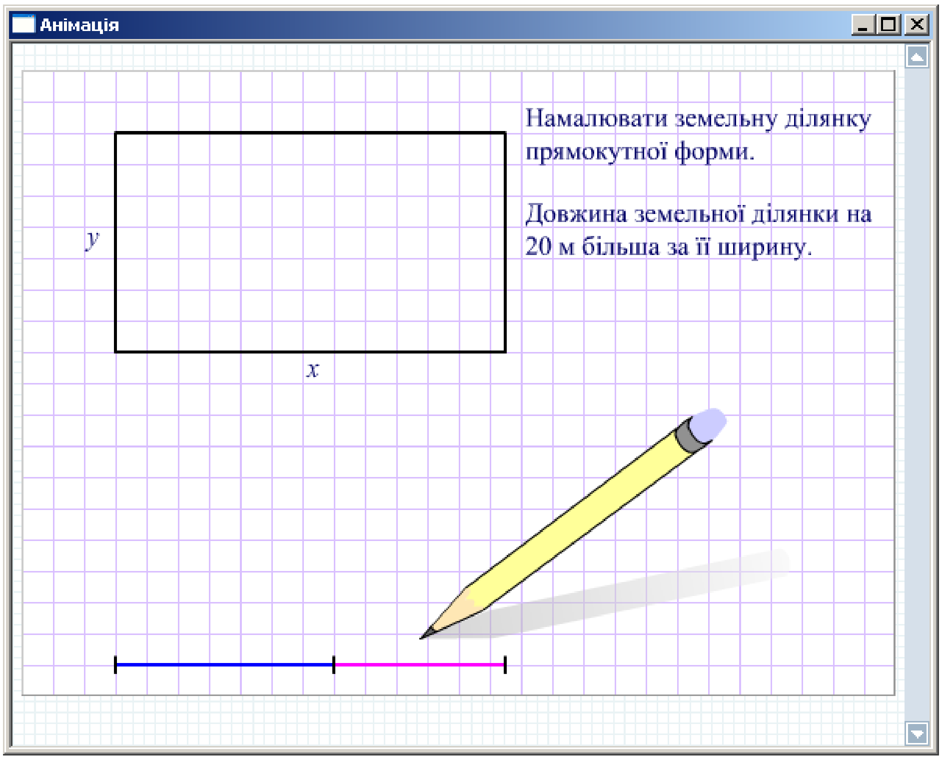

Рис. 6. Кадр відеоролика, що демонструє умову задачі

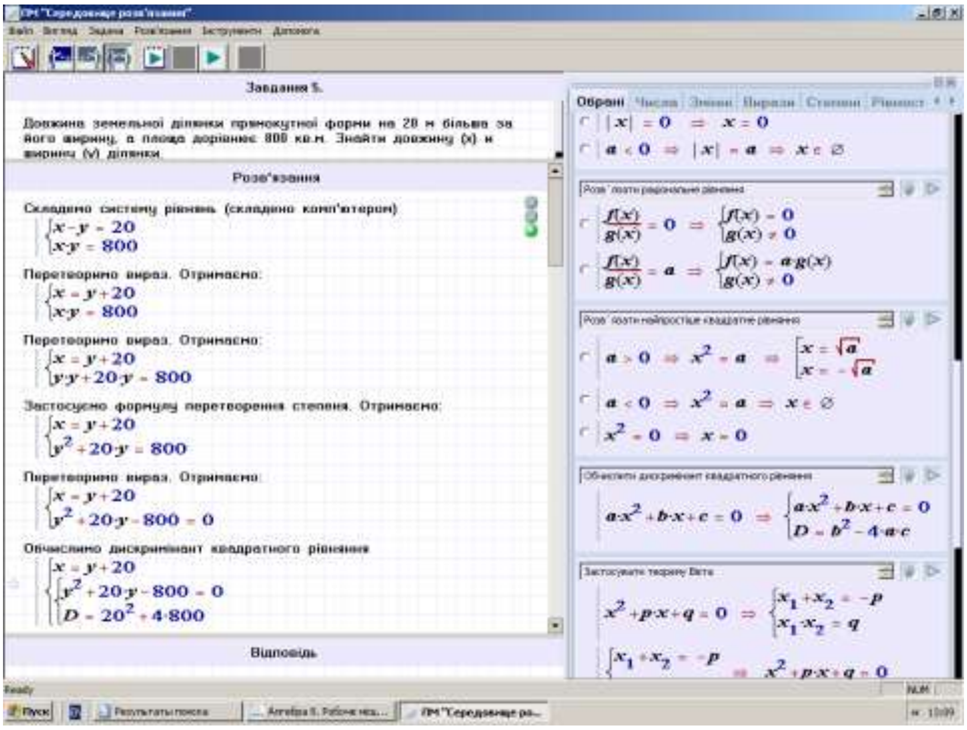

Рис. 7. Хід розв'язання задачі у виді послідовності допустимих перетворень

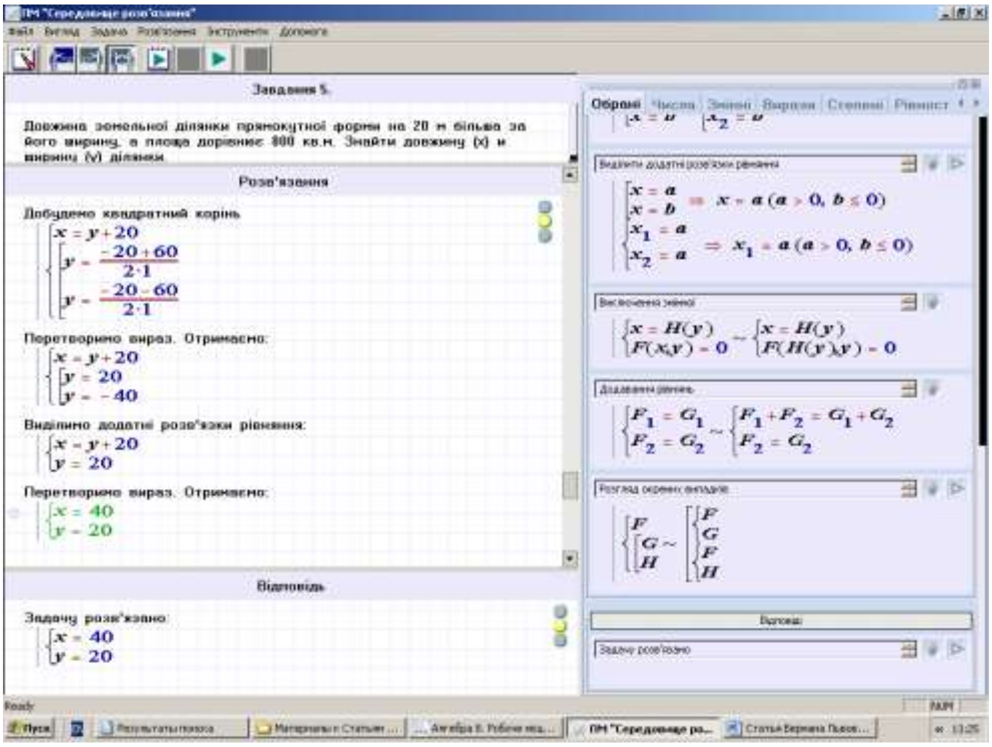

Рис. 8. Хід розв’язання задачі завершається відповіддю

Звернемо увагу на такі особливості:

1. Кожен з кроків розв’язання є елементарним перетворенням моделі.
2. Кожен з кроків розв’язання виконується формально, тобто у відповідності до формального математичного правила. Таке перетворення можна розглядати як перетворення в алгоритмічній системі Маркова.
3. Послідовність перетворень, застована до іншої математичної моделі того ж типу, також призведе до результату – відповіді.

Таким чином, хід розв’язання задачі відповідає усім властивостям поняття алгоритму. Предметом обговорення на практичному занятті з методики викладання математики має бути:

1. Формальний опис даної предметної області у вигляді формального визначення математичних моделей та їх інтерпретація у вигляді навчальних задач.

2. Зміст Довідника, тобто конкретний перелік допустимих елементарних перетворень даної предметної області.

1. Навчальні задачі з алгебри 7 класу:

- Спрощення цілих алгебраїчних виразів.
- Обчислення значень цілих алгебраїчних виразів з даними значеннями змінних.
- Розв’язання лінійних рівнянь.
- Розв’язання систем лінійних рівнянь.
- Доведення цілих алгебраїчних тотожностей.

2. Допустимі елементарні перетворення в алгебрі 7 класу

- Перетворення цілих та раціональних чисел
- Правила заміни змінної
- Перетворення виразів
- Перетворення степенів
- Перетворення рівностей
- Перетворення тотожностей
- Розв'язання лінійних рівнянь
- Розв'язання систем лінійних рівнянь

- Відповіді

Відзначимо такі переваги використання МСНП на практичних заняттях з методики математики:

1. Студенти на практиці набувають вмінь та навичок розв'язання елементарних задач шкільного курсу алгебри, зосереджуючи увагу на ході розв'язання задач даного типу.
2. Всі перетворення система виконає правильно, не допускаючи помилок в обчисленнях. Тому і студенти, і викладач не тратять часу на пошук та виправлення помилок в обчисленнях.
3. МСНП заохочує студентів до правильної, наукової класифікації перетворень математичних моделей, систематизуючи їх знання.
4. МСНП наочно демонструє формальні аспекти поняття ходу розв'язання задачі, привчаючи користувачів до строгості, формуючи «алгоритмічні» вміння та навички практичної математичної діяльності.

Висновки

1. МСНП можна і потрібно ефективно використовувати на практичних заняттях з методики викладання математики, інших методичних дисциплін.
2. Використання МСНП практичних заняттях з методики викладання математики формує алгоритмічний стиль мислення, наочно демонструючи студентам формальний, алгоритмічний характер поняття розв'язання задачі.
3. МСНП доцільно використовувати для розв'язання типових, достатньо простих навчальних задач «на обчислення» з метою демонстрації того факту, що обчислення є рутинним аспектом математичної діяльності. Їх можна і треба здійснювати на комп'ютері, використовуючи, наприклад, професійні математичні системи.
4. Творчі аспекти математичної діяльності – складення математичних моделей, математичні доведення їх важливих властивостей є прерогативою людини.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. М.С. Львов. Концепція програмної системи підтримки математичної діяльності.//Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць/ К.:НПУ ім. М.П.Драгоманова.-випуск 7.-2003.- С.36-48.
2. Львов М.С. Шкільна система комп'ютерної алгебри ТерМ 7-9. Принципи побудови та особливості використання. Науковий часопис НПУ ім.Драгоманова, серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: зб.наук. праць/ редкол. –К.:НПУ ім.Драгоманова.-№3(10)-2005. с. 160-168.
3. Н.М.Львова. Вивчаємо алгебру з ком.п'ютером. /Львов М.С., Львова Н.М. // Навчальний посібник. К.:Шкільния світ, 127 с.
4. Львов М.С. Поддержка пошагового решения задачи в математических системах учебного назначения. //Сборник трудов 2-ой международной конференции "Новые информационные технологи в образовании для всех: состояние и перспективы развития." Киев, 21-23 ноября 2007 г. С. 195-203.
5. О.В. Співаковський, М.С.Львов та ін. Педагогічні технології та педагогічно-орієнтовані програмні системи: предметно-орієнтований підхід. Комп'ютер у школі та сім'ї:- №2 (20), 2002 – С. 17-21
6. О.В. Співаковський, М.С.Львов та ін. Педагогічні технології та педагогічно-орієнтовані програмні системи: предметно-орієнтований підхід. Комп'ютер у школі та сім'ї:- №3 (21), 2002 – С. 23-26
7. О.В. Співаковський, М.С.Львов та ін. Педагогічні технології та педагогічно-орієнтовані програмні системи: предметно-орієнтований підхід. Комп'ютер у школі та сім'ї:- №4 (22), 2002 – С. 24-28

8. Співаковський О.В. Теорія й практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей: Монографія.– Херсон: Айлант. – 2003- 229 с.
9. Т.Капустина. Компьютерная система Mathematica 3.0 для пользователя. Солон. 1999.
10. Е. Р. Алексеев, О. В. Чеснокова. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. М: НТ Пресс, 2006, 496с.
11. Системы компьютерной алгебры Derive. Самоучитель и руководство пользователя. Серия: Полное руководство пользователя Издательство: СОЛОН – Р, 320 стр.
12. В.Н.Носов. DERIVE. Word. Практическая работа на ПК (на примерах теоретической механики и математики) Издательство: УП "Технопринт", 2003 г.

Рецензент: Кравцов Г.М.