

УДК 378.371

## ОПТИМІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ЗАСОБАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Верегіна І.А.

Одеська державна академія холоду

*Результати роботи спрямовані на уточнення методики аналізу навчального процесу та комплексних заходів щодо його удосконалення, а саме визначенню критерію оптимальності навчального процесу – об'єму знань та впливових параметрів оптимізації – видів діяльності за умови забезпечення якісної освіти. За результатами математичного моделювання задачі оптимізації навчального процесу на прикладі вивчення іноземної мови наведено, що між об'ємом знань та видами навчання існує суттєва нелінійна залежність, яку слід враховувати під час складання робочої програми з дисципліни та при оцінюванні знань і умінь.*

*Ключові слова: Навчальний процес – Об'єм знань – Поверхня об'єму знань – Критерій оптимальності – Параметри оптимізації.*

### ВСТУП

Вивчення закономірностей навчального процесу показує, що людина пам'ятає 10% від прочитаного (читання), 20% від почутого (аудіювання), 30% від побаченого і написаного самостійно (письмо), 50% від побаченого і почутого одночасно, 80% того, що говорить сама (говоріння) та 90% того, до чого дійшла сама [2]. Тобто, одностороння комунікація, трансляція знань (відвідування занять, виступи на семінарах, виконання практичних завдань, тестування та модулі), виправдана тільки у випадку недостатнього інформаційно-комунікаційного простору щодо самостійного опрацювання змісту дисципліни.

Аналіз навчального процесу щодо його адаптації можливостям сучасного рівня розвитку суспільства, оснащеного комп'ютерно-інтегрованими технологіями та в напрямі збільшення матеріально-технічних засобів спрямованих на досягнення головної мети – здобуття освіти вищої кваліфікації показує, що його реалізація супроводжується значними витратами та капіталізацією, які стають такими, що потребують більш щільної уваги та урахування [3]. В умовах інтеграції навчального процесу до стандартів Європейської системи освіти, яка запроваджує скорочення аудиторного навантаження та збільшення обсягу самостійної роботи як основної форми навчання, виникає потреба ще більшої інтенсифікації навчального процесу шляхом впровадження комп'ютерно-інтегрованих технологій, тобто подальшою його капіталізацією. Скорочення очікуваних витрат на капіталізацію навчального процесу на декілька процентів за рахунок його оптимізації може дати суттєвий господарчий економічний ефект, а тому є актуальним.

На освітянському просторі відомі різноманітні інноваційні підходи щодо вдосконалення навчального процесу, педагогічні технології, які своїми функціями адекватні специфіці особистісно-орієнтованого, гуманістичного підходу (наприклад, навчання у співпраці, метод проектів, різнорівневе навчання, кейс-технології, модульне навчання).

Але, якщо розглядати навчальний процес (НП) як будь-який інший, наприклад економічного характеру, то перш за все слід започатковувати методи математичного моделювання, які нададуть можливість не тільки обрати оптимальні методи проведення та контролювання НП, але і керувати ним.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ

Обов'язковою умовою математичного моделювання процесу є складання та використання алгоритму його оптимального планування. Відомо, що такий алгоритм – це спрямована діяльність щодо отримання найкращих результатів у деяких, але визначених, обмеженнях. Для реалізації такого алгоритму необхідно здійснити вибір критерію оцінки

ефективності пошукових робіт та обрати реальні, керовані засоби досягнення мети, які надають можливість отримати найкращий показник критерію у рамках його обмежень. Слід зауважити, що використання терміну «оптимізація» досі залишається недостатньо обґрунтованим. Так, при постановці задачі оптимізації щодо визначеного об'єкту – навчального процесу, від визначеного критерію оптимізації залежить можливість її вирішення. А саме, необхідно враховувати, що при її правильній постановці оптимальне рішення можна знайти лише відносно одного критерію, наприклад – об'єму отриманих знань, оптимальної інтенсифікації навчального процесу шляхом підсилення або ослаблення одного чи декількох видів діяльності при опануванні дисципліни тощо. Типовим випадком некоректної постановки задачі оптимізації є вимога пошуку оптимального значення декількох критеріїв одночасно, наприклад «визначити максимальний об'єм знань за програмою дисципліни при мінімальній кількості аудиторних занять та забезпечити найвищий рівень атестації». Оскільки максимальний об'єм знань не має обмежень, то найвищий рівень атестації стає невизначеністю і має суттєво суб'єктивну оцінку. Тому один з часткових критеріїв, наприклад об'єм знань, доцільно прийняти як обмеження для найголовнішого критерію – адитивної згортки часткових критеріїв, а саме видів діяльності: письма – П, аудіювання – А, читання – Ч, говоріння – Г. Якщо, наприклад, критерієм оптимальності вважати об'єм знань, то кількісною його оцінкою можна вважати підсумок проведення зрізу знань за модульним тестовим завданням по сукупності складових питань загального характеру. Аналогічний зріз знань, наприклад контрольна кваліфікаційна робота, здійснена за тим же переліком питань, або декілька поширеним за умовами експерименту, дозволить визначити ознаки, які можна розглядати як зміну (розширення) об'єму знань і надати їм кількісну оцінку. Таку зміну об'єму знань можна розглядати як додатковий шар на поверхні його початкового об'єму, визначена товщина якого (або більша поверхня) обумовлена видами мовленнєвої діяльності при здійсненні мовного експерименту впровадженого в навчальному процесі. Поверхню об'єму знань, на початку досліджень, доцільно визначити як адитивну згортку видів окремої діяльності і у вигляді лінійного рівняння  $y = a_1 \tilde{I} + a_2 \tilde{A} + a_3 \times + a_4 \tilde{A}$ , де  $y$  – вектор критерію оптимальності або поверхня об'єму знань;  $\tilde{I}, \tilde{A}, \times, \tilde{A}$  – часткові критерії навчального процесу;  $a_i$  – значущість кожного часткового критерію яка встановлюється експертним оцінюванням, навчальним планом тощо, але при умові, що  $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ . Оскільки значущість кожного часткового критерію оптимізації при відсутності зв'язку між ними (приймаємо, що сумісні оцінки дорівнюють нулю) може бути встановленою лише на підставі експертного оцінювання, такий підхід до оптимізації вважається суб'єктивним та таким, який не враховує рівня підготовки об'єкту навчання – студента, слухача, а також кваліфікації викладача. Таким чином формальна постановка задачі оптимізації повинна мати вигляд: знайти  $y_{\min}^{\max} = f(\bar{X})$ , де  $\bar{X} \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  – вектор параметрів оптимізації, який належить одночасно області їх дійсних значень  $\bar{X} \in D$ , обмеженій частковими критеріями та умовами проведення експерименту, наприклад часом його здійснення тощо:

$$D: \begin{cases} 0 < y_i < y_{i \max} \\ 0 < x_i < x_{i \max} \end{cases}$$

Додатково постановка оптимізаційної задачі повинна задовольняти таким умовам:

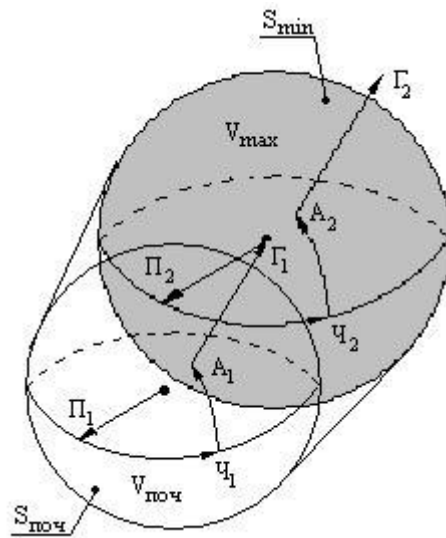
1. Критерій оптимальності у один;
2. Управляючі впливові параметри оптимізації  $\bar{X} \{\tilde{I}, \tilde{A}, \times, \tilde{A}\}$  мають достатню кількість ступенів свободи – є керованими;
3. Існує можливість кількісного оцінювання критерію оптимальності.

Постановка задачі оптимізації потребує існування конкуруючих властивостей об'єкту, наприклад читання і письмо, говоріння і аудіювання [1]. Дійсно, збільшення часу

відведеного на говоріння призводить до скорочення часу відведеного на аудіювання, тобто скороченню витрат на придбання відповідних технічних засобів щодо його проведення, а з іншого боку до зменшення розходу енергоносія, тобто експлуатаційних витрат щодо його реалізації. Саме такий підхід застосовувався до середини 20 століття. Вибір компромісного рішення є найважливішою процедурою при вирішенні задачі оптимізації. Наявність конкуруючих властивостей об'єкту є характерною при постановці задачі оптимізації із економічною оцінкою.

### ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

Умовно знання можна розглядати як деякий об'єм  $V$  професійних навичок, обмежений поверхнею  $S$  окремих видів діяльності щодо їх досягнення. Поверхня  $S_{i\bar{v}} = \{I_1, \times_1, A_1, \tilde{A}_1\}$  об'єму навичок  $V_{i\bar{v}}$  залежить від початкових знань студентів, мал.1.



Мал.1. Зміна поверхні об'єму знань в процесі їх набуття

Розглянемо задачу знаходження умовного екстремуму – мінімуму поверхні окремих видів діяльності щодо отримання визначеного збільшення об'єму професійних навичок на прикладі функції чотирьох непов'язаних між собою лінійних впливових складових видів діяльності – письма, читання, аудіювання та говоріння. Вирішення задачі здійснимо методом невизначених множників Лагранжа. Очікувані розміри поверхні професійного об'єму знань повинні відповідати найменшим витратам часу на їх отримання за усіма видами аудиторної та позааудиторної роботи учня. Отримаємо:

1. Площа поверхні професійного об'єму знань

$$S_{\min} = a_1 I + a_2 \times + a_3 A + a_4 \tilde{A},$$

2. Професійний об'єм знань

$$V_{\max} = a_1 a_2 a_3 a_4 I \times A \tilde{A}.$$

Змінні часткові критерії не є повністю незалежними, і у даному випадку мова може йти тільки про пошук умовного екстремуму, який відповідає і площі і об'єму одночасно. Для спільного їх вирішення скористаємося рівнянням Лагранжа виду

$$L = a_1 I + a_2 \times + a_3 A + a_4 \tilde{A} + \lambda (V - a_1 a_2 a_3 a_4 I \times A \tilde{A}).$$

Взявши від нього похідні за змінними величинами та прирівнявши вирази нулю, отримаємо

$$\frac{dL}{d\ddot{I}} = \dot{a}_1 - \lambda \dot{a}_1 \dot{a}_2 \dot{a}_3 \dot{a}_4 \times \dot{\Lambda} \tilde{A} = 0,$$

$$\frac{dL}{d\times} = \dot{a}_2 - \lambda \dot{a}_1 \dot{a}_2 \dot{a}_3 \dot{a}_4 \ddot{I} \tilde{A} = 0,$$

$$\frac{dL}{d\dot{\Lambda}} = \dot{a}_3 - \lambda \dot{a}_1 \dot{a}_2 \dot{a}_3 \dot{a}_4 \ddot{I} \times \tilde{A} = 0,$$

$$\frac{dL}{d\tilde{A}} = \dot{a}_4 - \lambda \dot{a}_1 \dot{a}_2 \dot{a}_3 \dot{a}_4 \ddot{I} \times \dot{\Lambda} = 0.$$

Вирішуючи сумісно систему рівнянь знаходимо оптимальні вирази часткових критеріїв площі поверхні професійного об'єму знань у вигляді

$$\ddot{I}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{1}{\dot{a}_1 \sqrt[3]{\lambda}}, \times_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{1}{\dot{a}_2 \sqrt[3]{\lambda}}, \dot{\Lambda}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{1}{\dot{a}_3 \sqrt[3]{\lambda}}, \tilde{A}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{1}{\dot{a}_4 \sqrt[3]{\lambda}}.$$

З рівнянь видно, що оптимальним виразам часткових критеріїв повинна задовольняти умова  $\dot{a}_i \sqrt[3]{\lambda} > 0$ .

Роблячи їх підстановку у вираз зв'язку – професійного об'єму знань

$$V_{\max} = \dot{a}_1 \dot{a}_2 \dot{a}_3 \dot{a}_4 \ddot{I}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} \times_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} \dot{\Lambda}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} \tilde{A}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\lambda^4}},$$

визначимо множник Лагранжа у вигляді

$$\lambda = \frac{1}{V_{\max}^{3/4}},$$

звідки кінцеві вирази оптимальних часткових критеріїв площі поверхні професійного об'єму знань

$$\ddot{I}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{\sqrt[4]{V_{\max}}}{\dot{a}_1}, \times_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{\sqrt[4]{V_{\max}}}{\dot{a}_2}, \dot{\Lambda}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{\sqrt[4]{V_{\max}}}{\dot{a}_3}, \tilde{A}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{\sqrt[4]{V_{\max}}}{\dot{a}_4}.$$

Мінімальне значення площі поверхні максимального об'єму професійних знань становитиме

$$S_{\min} = 4^4 \sqrt[4]{V_{\max}}$$

і повинне бути врахованим при складанні робочої програми дисципліни, оскільки дозволяє аналізувати вплив скорочення видів та форм діяльності на обмеження об'єму знань.

Аналіз рівняння дозволяє встановити і побудувати залежність  $S = f(V)$  наведену на мал.2 (а) при умові, що значимості часткових критеріїв оптимальності  $\dot{a}_1 = \dot{a}_2 = \dot{a}_3 = \dot{a}_4 = 0,25$ .

Якщо за будь-яких умов один з часткових критеріїв скорочено у робочій програмі, наприклад аудіювання, то оптимальні вирази часткових критеріїв площі поверхні професійного об'єму знань становлять

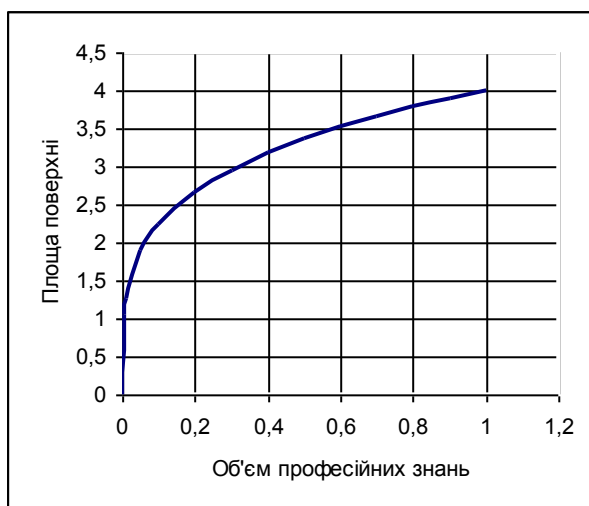
$$\ddot{I}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{1}{\dot{a}_1 \sqrt[2]{\lambda}}, \times_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{1}{\dot{a}_2 \sqrt[2]{\lambda}}, \tilde{A}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{1}{\dot{a}_4 \sqrt[2]{\lambda}}.$$

Множник Лагранжа буде дорівнювати

$$\lambda = \frac{1}{V_{\max}^{2/3}},$$

звідки кінцеві вирази оптимальних часткових критеріїв площі поверхні професійного об'єму знань

$$\ddot{I}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{\sqrt[3]{V_{\max}}}{\dot{a}_1}, \times_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{\sqrt[3]{V_{\max}}}{\dot{a}_2}, \tilde{A}_{\ddot{I}\dot{\Lambda}} = \frac{\sqrt[3]{V_{\max}}}{\dot{a}_4}.$$



$V_{\max}$	$S_{\min}$
1	4
0,9	3,9
0,8	3,78
0,7	3,66
0,6	3,52
0,5	3,36
0,4	3,18
0,3	2,96
0,2	2,67
0,1	2,25
0,05	1,89
0,01	1,26
0,005	1,06
0	0

Мал.2. Залежність поверхні впливових параметрів від об'єму отриманих знань при умові  $S_{\min} = 4^4 \sqrt{V_{\max}}$

Мінімальне значення площі поверхні максимального об'єму професійних знань становитиме,  $S'_{\min} = 3^3 \sqrt{V_{\max}}$  але при умові, що  $V_{\max} = 0,3164$  і відповідає  $S_{\min} = 3$  за графіком залежності на мал.2.

Аналогічно для двох часткових критеріїв  $\times_{\tilde{v}\tilde{o}}$ ,  $\tilde{A}_{\tilde{v}\tilde{o}}$  отримаємо

$$\times_{\tilde{v}\tilde{o}} = \frac{1}{\dot{a}_2 \lambda}, \quad \tilde{A}_{\tilde{v}\tilde{o}} = \frac{1}{\dot{a}_4 \lambda}, \quad \lambda = \frac{1}{V_{\max}^{1/2}}, \quad \times_{\tilde{v}\tilde{o}} = \frac{\sqrt[2]{V_{\max}}}{\dot{a}_2}, \quad \tilde{A}_{\tilde{v}\tilde{o}} = \frac{\sqrt[2]{V_{\max}}}{\dot{a}_4}, \quad S''_{\min} = 2^2 \sqrt{V_{\max}}$$

але при умові, що  $V_{\max} = 0,0625$  і відповідає  $S_{\min} = 2$  за графіком залежності на мал.2.

Таким же чином для одного виду діяльності – часткового критерію, наприклад  $\tilde{A}_{\tilde{v}\tilde{o}}$  отримаємо

$$\tilde{A}_{\tilde{v}\tilde{o}} = \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{1}{V_{\tilde{v}\tilde{o}}}, \quad S'''_{\min} = V_{\tilde{v}\tilde{o}}, \quad \tilde{A}_{\tilde{v}\tilde{o}} = V_{\tilde{v}\tilde{o}}$$

але при умові, що  $V_{\max} = 0,0039$  і відповідає  $S_{\min} = 1$  за графіком залежності на мал.2.

## ВИСНОВКИ

Підсумовуючи, можна визначити, що між започаткованим критерієм оптимальності – об'ємом знань та поверхнею впливових параметрів – частковими критеріями оптимальності навчального процесу існує нелінійна залежність яка повинна бути врахованою при визначенні якості освіти, а саме під час проведення атестації та розробки навчального плану з дисципліни. Отримана залежність  $S = f(V)$  сприяє адекватному оцінюванню знань, умінь учнів, рівня їх досягнень та унеможливує суттєвий вплив суб'єктивної оцінки викладача при оцінюванні. Доведено, що скорочення окремих видів діяльності з опанування дисципліни на 25% призводить до скорочення професійного об'єму знань майже на 68%. Для усунення такого роду впливу необхідні засоби інтенсифікації навчального процесу, у тому числі шляхом впровадження комп'ютерно-інтегрованих технологій (в тому числі розробку новітніх навчальних посібників оснащених електронними інтерактивними версіями спрямованими на посилення ефективності самостійної роботи), тобто подальша капіталізація НП але при умові максимального використання цих засобів.

***СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ***

1. Байдак Ю.В., Верейтіна І.А. Методологія та організація наукових досліджень.: Навчальний посібник. – Одеса: ОДАХ, 2007. – 114 с.
2. R.Karnikau, F.McElroy, Communication for the Safety Professional, Chicago 1975.
3. Bonwel С.С. The Active Learning Continuum: Choosing Activities to Engage Students in the Classroom / Active learning strategies for the higher education.– Szeged, 1997.– S.5-18.