УДК 378.14

Кушнір В. А.
Кіровоградський державний педагогічний університет ім. В. Винниченка, Кіровоград, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИ КОНСТРУЮВАННІ РІВНЯНЬ, ЩО МІСТЯТЬ НЕВІДОМУ ПІД ЗНАКОМ МОДУЛЯ З ВИКОРИСТАННЯМ MAPLE-ТЕХНОЛОГІЇ

DOI: 10.14308/ite000618

На основі математичного моделювання створюється технологія конструювання рівнянь і нерівностей, що містять невідому під знаком модуля. Розглядаються такі основні етапи задачі конструювання рівнянь, що містять невідому під знаком модуля: 1) Постановка задачі (визначення виду математичного об'єкту та його властивостей, наприклад, визначення виду і властивостей рівняння; 2) створення чи відшукання наукового підходу щодо створення математичної моделі, наприклад, у вигляді ідеї; 3) створення математичної моделі, її дослідження й корегування; 4) створення чи відшукання наукового підходу щодо розв'язування математичної моделі і створення на основі наукового підходу способу розв'язування математичної моделі; 5) створення на основі способу алгоритму розв'язування математичної моделі; 6) створення відповідно алгоритму програми на певній алгоритмічній мові реалізації алгоритму (у нас Maple]); 7) налагодження програми і виконання програми; 8) аналіз отриманих результатів і їх трансляція на умову задачі. Зауважимо, що на кожному етапі можливі ситуації необхідного корегування, тоді потрібно повертатися до попередніх етапів і вносити в них корективи. Досліджуються різні випадки таких рівнянь з огляду на кількість розв'язків: рівняння має три розв'язки, два, один, жодного, безліч. Будуються відповідні математичні моделі, котрі потім досліджуються і розв'язуються. При розв'язуванні математичних моделей у вигляді систем рівнянь і нерівностей громіздкі перетворення й обчислення виконуються в Maple-технології, що значно покращило якість таких перетворень, зберегло значний час та дозволило виконувати комп'ютерні експерименти без значних зусиль. Створений алгоритм і програма за отриманим способом конструювання отримувати достатню кількість однотипних варіантів завдань з відповідями для створення тестів чи індивідуальних завдань.

Ключові слова. *Рівняння, нерівність, модуль, технологія, математична модель, алгоритм, програма.*

Актуальність статті автор убачає у необхідності зростання частки продуктивного навчання математики учнів і студентів у порівнянні з репродуктивним навчанням. Розв'язування цієї проблеми сприятиме розширення «продуктивних завдань» з математики, особливо тих, що можуть використовуватися на практиці. До таких завдань відносяться задачі конструювання математичних об'єктів із заздалегідь визначеними властивостями. При конструюванні таких об'єктів створюються математичні моделі, що вимагає творчих зусиль і сприяє розвитку творчого потенціалу учня чи студента. Розв'язування математичних моделей вимагає інтеграції різних навчальних дисциплін (міжпредметна інтеграція). У процесі розв'язування виникають великого обсягу технічні операції у вигляді точних перетворень і точних обчислень, котрі можна автоматизувати у Maple-технології з її можливостями виконувати дії високого рівня узагальненості з такими «узагальненими дидактичними одиницям» (П.М. Ерднієв) як системи рівнянь, матриці, визначники тощо. Розв'язування задач конструювання математичних об'єктів вручну досить проблемне.

Застосування при цьому інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) дуже доречне і просто необхідне. З приводу використання ІКТ в освіті академік В.Ю. Биков зазначає, що проникнення ІКТ у навчальний процес створює передумови для кардинального оновлення як змістовно-цільових, так і технологічних сторін навчання, що виявляється у суттєвому збагаченні системи дидактичних прийомів, засобів навчання і на цій основі – у формуванні нетрадиційних педагогічних технологій, застосованих на використанні комп'ютерів [2, с. 141]. Стаття є подальшим розвитком комп'ютерної алгебри, яскравими представниками котрої в Україні є академіки М.І. Жалдак і В.Ю. Биков, їх учні і колеги Ю.В. Триус, Ю.С. Рамський, С.О. Раков та інші, стосовно нових задач.

Об'єктом дослідження є рівняння, що містять невідому під знаком модуля.

Предметом дослідження виступає технологія конструювання рівнянь, що містять невідому під знаком модуля**.**

Метою статті є створення на основі математичного моделювання і з використанням Maple технології конструювання рівнянь, що містять невідому під знаком модуля.

Завдання статті такі:

1. Визначення наукового підходу до створення математичних моделей задачі конструювання рівнянь з певними властивостями, що містять невідому під знаком модуля.
2. Дослідження математичної моделі задачі конструювання та створення чи пошук способу розв'язування математичної моделі.
3. Створення на основі способу алгоритму розв'язування математичної моделі.
4. Створення програми на мові Maple реалізації алгоритму.
5. Налагодження програми, її корегування і виконання.
6. Трансляція результатів роботи програми на умову задачі.

Технологія конструювання навчальних математичних завдань із математики визначеного виду на основі математичного моделювання з заздалегідь визначеними властивостями складається з таких основних етапів (В.А. Кушнір [4]). 1) Постановка задачі (визначення виду математичного об'єкту та його властивостей, наприклад, визначення виду і властивостей рівняння; 2) створення чи відшукання наукового підходу щодо створення математичної моделі, наприклад у вигляді ідеї; 3) створення математичної моделі, її дослідження й корегування; 4) створення чи відшукання наукового підходу щодо розв'язування математичної моделі і створення на основі наукового підходу способу розв'язування математичної моделі; 5) створення на основі способу алгоритму розв'язування математичної моделі; 6) створення відповідно алгоритму програми на певній алгоритмічній мові реалізації алгоритму (у нас Maple [1, 7]); 7) налагодження програми і виконання програми; 8) аналіз отриманих результатів і їх трансляція на умову задачі. Зауважимо, що на кожному етапі можливі ситуації необхідного корегування, тоді потрібно повертатися до попередніх етапів і вносити в них корективи.

Опишемо на прикладах більш детально кожний етап конструювання.

Задача 1. Сконструювати рівняння виду

$$|a\cdot x+b|-|c\cdot x+d|=m\cdot x+n\,, \tag{1}$$

щоб воно мало рівно три різні дійсні розв'язки.

Розв'язування. Науковий підхід щодо створення математичної моделі розв'язування задачі полягає у «зворотному підході» (задачі зворотного мислення за В.А. Крутеньким [3], зворотні задачі за П.М. Ерднієвим [6]). Розгортаючи науковий підхід щодо конструювання рівняння виду (1), використаємо метод інтервалів розв'язування (1). Оскільки під знаками модулів стоять лінійні функції, то на кожному з трьох інтервалів можливі випадки існування одного розв'язку, його відсутність і безлічі розв'язків. Не існування на певному інтервалі розв'язку можливе коли: відповідне рівнянню (1) лінійне рівняння взагалі не має розв'язку; має розв'язок, що належить іншому інтервалу. Наведені особливості розв'язування рівняння (1) і покладені як ідеї створення математичної моделі задачі конструювання рівнянь виду (1).

Розв'язування рівняння (1) зводиться до розбиття числової прямої на три інтервали, за умови, що $-\frac{b}{a} \le -\frac{d}{c}$

$$\left(-\infty, -\frac{b}{a}\right], \left(-\frac{b}{a},\ -\frac{d}{c}\right], \left[-\frac{d}{c},\ +\infty\right) \tag{2}$$

і розв'язанні рівняння (1) на кожному інтервалі (метод інтервалів). Поставимо завдання, щоб на кожному інтервалі був один розв'язок x1, x2, x3 відповідно. **2**) *Створення математичної моделі* пов'язане з поставленому в попередньому пункту завданні і зводиться до відшукання коефіцієнтів рівняння (1) з тим, щоб виконалися умови задачі 1. Згідно попереднього пункту 1) можна записати нерівність

$$x1 < -\frac{b}{a} < x2 < -\frac{d}{c} < x3 \tag{3}$$

Виберемо (згенеруємо) випадковим чином цілі і додатні числа k1, k2, k3, k4 з відрізку [1, 3] і x1 з проміжку [4..-3]. Тоді можна записати

$$-\frac{b}{a} = x1 + k1\ ,\ b = -a\cdot(x1 + k1) \tag{4}$$

$$x2 = -\frac{b}{a} + k2 = x1 + k1 + k2\ ,$$

$$-\frac{d}{c} = x2 + k3$$

$$d = -c\cdot(x2 + k3)\ ,\ x3 = -\frac{d}{c} + k4 = x1 + k1 + k2 + k3 + k4 \tag{5}$$

3) *Математична модель.* Підставимо (4) і (5) в рівняння (1) і після простих перетворень одержимо математичну модель задачі 1

$$\begin{aligned} k1\cdot|a| - |x1 - x2 - k3|\cdot|c| &= m\cdot x1 + n \\ |x2 - x1 - k1|\cdot|a| - k3\cdot|c| &= m\cdot x2 + n \\ |x3 - x1 - k1|\cdot|a| - |x3 - x2 - k3|\cdot|c| &= m\cdot x3 + n \end{aligned} \tag{6}$$

у вигляді системи трьох рівнянь з чотирма невідомими $|a|,\ |c|,\ m,\ n$.

Отже, одну невідому m візьмемо за вільну.

4) *Дослідження і розв'язування моделі* (6) зводиться до дослідження існування розв'язку системи рівнянь та його відшукання. Скористаємося способом Крамера (В.М. Костарчук, Б.І. Хацет [2]) і через основний та допоміжні визначники системи відшукаємо розв'язки системи (1). Для цього запишемо на мові Maple розширену матрицю системи (6).

$$M := \begin{bmatrix} k1 & -|-x1 + x2 + k3| & -1 & m\,x1 \\ |-x2 + x1 + k1| & -k3 & -1 & m\,x2 \\ |-x3 + x1 + k1| & -|-x3 + x2 + k3| & -1 & m\,x3 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Ураховуючи співвідношення (3), (4), (5), можна у матриці (7) розкрити модулі і записати її після перетворення у вигляді

$$M1 := \begin{bmatrix} k1 & x1 - x2 - k3 & -1 & m\,x1 \\ x2 - x1 - k1 & -k3 & -1 & m\,x2 \\ x3 - x1 - k1 & -x3 + x2 + k3 & -1 & m\,x3 \end{bmatrix} \tag{8}$$

З (8) запишемо основну матрицю системи

$$M2 := \begin{bmatrix} k1 & x1 - x2 - k3 & -1 \\ x2 - x1 - k1 & -k3 & -1 \\ x3 - x1 - k1 & -x3 + x2 + k3 & -1 \end{bmatrix}$$

та обчислимо її визначник

$$Dt := 2\,k1\,k3 + 2\,k2\,k4$$

Визначник Dt>0. Отже, система (6) буде мати єдиний розв'язок. Записуємо з (7) і (8) три допоміжні матриці M3, M4 і M5 системи (6) і обчислюємо їхні визначники та значення невідомих $|a|$ i $|c|$, n. Обчислення виконуємо в Maple.

$$M3 := \begin{bmatrix} m\,x1 & -k1 - k2 - k3 & -1 \\ m\,(x1 + k1 + k2) & -k3 & -1 \\ m\,(x1 + k1 + k2 + k3 + k4) & -k4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Da := 2\,k1\,k4\,m + 2\,k2\,k4\,m$$

$$mod\_a := \frac{k4\,m\,(k1 + k2)}{k1\,k3 + k2\,k4}$$

$$M4 := \begin{bmatrix} k1 & m\,x1 & -1 \\ k2 & m\,(x1 + k1 + k2) & -1 \\ k2 + k3 + k4 & m\,(x1 + k1 + k2 + k3 + k4) & -1 \end{bmatrix}$$

$$Dc := 2\,k1\,k3\,m + 2\,k1\,k4\,m$$

$$mod\_c := \frac{m\,k1\,(k3 + k4)}{k1\,k3 + k2\,k4}$$

$$M5 := \begin{bmatrix} k1 & -k1 - k2 - k3 & m\,x1 \\ k2 & -k3 & m\,(x1 + k1 + k2) \\ k2 + k3 + k4 & -k4 & m\,(x1 + k1 + k2 + k3 + k4) \end{bmatrix}$$

$$Dm := -2\,k1^2\,k3\,m - 2\,k1\,k2\,k3\,m - 2\,k1\,k3^2\,m - 2\,k1\,k3\,k4\,m - 2\,k1\,k3\,m\,x1 - 2\,k2\,k4\,m\,x1$$

$$n := \frac{-2\,k1^2\,k3\,m - 2\,k1\,k2\,k3\,m - 2\,k1\,k3^2\,m - 2\,k1\,k3\,k4\,m - 2\,k1\,k3\,m\,x1 - 2\,k2\,k4\,m\,x1}{2\,k1\,k3 + 2\,k2\,k4}$$

Оскільки повинно бути $|a| > 0,\ |c| > 0$, що можливо тільки при m>0.

Отже, в системі (6) повинно бути m>0. Тоді система (6) має єдиний потрібний нам розв'язок [2].

5) *Алгоритм реалізації способу Крамера* розв'язування системи-моделі задачі 1 створюється на основі способу розв'язування математичної моделі і на основі можливостей Maple-технології [1, 7] щодо виконання відповідних операцій.

1. Генеруємо $x1 \in [-8\,..8]$, $k1 \in [1\,..2],\ k2 \in [1\,..2],\ k3 \in [1\,..2], k4 := [1\,..2]$, $m \in [1\,..2]$

2. Обчислюємо $x2 = x1 + k1 + k2$, $x3 = x1 + k1 + k2 + k3 + k4$.

3. Обчислюємо детермінанти *Dt,Da, Dc, Dn* основної матриці *M2* і допоміжних матриць *M3, M4, M5 ;*

4. Обчислюємо $mod\_a = \frac{Da}{Dt},\ mod\_c = \frac{Dc}{Dt},\ n = \frac{Dn}{Dt}$.

5. Визначаємо

$a = mod\_a,\ c = mod\_c$

6. Обчислюємо $b = -a\cdot(x1 + k1),\ d = -c\cdot(x2 + k3)$

7. Якщо $a\cdot b\cdot c\cdot d\cdot m\cdot n \neq 0$ то

7.1 Друк. $|a\cdot x + b| - |c\cdot x + d| = m\cdot x + n$

7.2. Розв'язування рівняння $|a\cdot x + b| - |c\cdot x + d| = m\cdot x + n$

8. Якщо потрібно декілька варіантів рівнянь виду (1), то йти до п. 1.

6) *Програма 1*

Наведемо оператори Maple, котрі будуть використані в програмі.

with(P) – підключає пакет P з потрібними для користувача операціями, наприклад обчислення детермінанту матриці.

:= оператор присвоєння.

y:=rand(y1..y2) – функція генерації випадкових цілих чисел від y1 до y2, включаючи крайні;

while r do «тіло циклу» end do – поки логічний вираз r має значення «істина» виконуються оператори «тіло циклу»

$M2 := Matrix(3, 3, [[\mathrm{k1}, \mathrm{x1} - \mathrm{x2} - \mathrm{k3}, -1], [x2 - x1 - k1, -k3, -1], [x3 - x1 - k1, -(x3 - x2 - k3), -1]])$: – конструює

матрицю $M2$ розміром розміром 3 на 3. Працює після with(LinearAlgebra).

$Dt := Determinant(M2)$ –

обчислює детермінант матриці M2. Працює після підключення пакету with(LinearAlgebra).

$factor\left(\frac{Da}{Dt}\right)$ – розкладає на множники чисельник і знаменник

if A then B end if – якщо логічний вираз A має значення «істина», то виконуються оператори B.

print(C) – друк виразу C.

solve(P=0,{x}) – розв'язування рівняння P=0 відносно x, відповідь подається у вигляді списку коренів.

"дос_рів_2_модул_ 3_розв";

$'|a\cdot x + b| - |c\cdot x + d| = m\cdot x + n'$;

$with(LinearAlgebra)$:

$i := 1 : j := 20$:

while $i \le j$ **do**

$unassign('a','b','c','d','m','n','p','q','x1','x2','x3','DM','k1','k2','k3','k4','M','s','L','l','l1','mod\_a','mod\_c')$:

$b := -p\cdot a; d := -c\cdot q;$

$$M := \begin{bmatrix} -x1 + p & x1 - q & -1 \\ x2 - p & x2 - q & -1 \\ x3 - p & -x3 + q & -1 \end{bmatrix};$$

$DM := factor(Determinant(M));$

$p := x1 + k1 : x2 := p + k2 : q := x2 + k3 : x3 := q + k4$:

$'M' = M; 'DM' = factor(expand(DM));$

$s := Vector(3, [m\cdot x1, m\cdot x2, m\cdot x3]);$

$L := LinearSolve(M, s);$

$a := L[1]; 'b' = b; c := L[2]; 'd' = d;\ n := L[3];$

$y := rand(-4..2) : z := rand(1..3)$:

$x1 := y() : k1 := z() : k2 := z() : k3 := z() : k4 := z() : m := z()$:

$l := |a\cdot x + b| - |c\cdot x + d| = m\cdot x + n$:

$da := denom(a) : dc := denom(c) : dn := denom(n)$:

$ds := lcm(da, dc, dn)$:

$sa := numer(a) : sc := numer(c) : sn := numer(n)$:

$dac := gcd(sa, sc) : dacn := gcd(dac, sn)$:

if $a\cdot b\cdot c\cdot d\cdot m\cdot n \ne 0$ **then**

$print(Варіант\ \ i)$:

$\mathrm{print}\left(\left|\frac{ds}{dacn}\cdot\left(a\cdot x + b\right)\right| - \left|\frac{ds}{dacn}\cdot\left(c\cdot x + d\right)\right| = \frac{ds}{dacn}\cdot(m\cdot x + n)\right);$

$\mathrm{print}(\mathrm{solve}(l, \{x\}));$

$i := i + 1$:**end if**:**end do**:

Варіант

$$|x+1| - \left|-2+\frac{2}{3}x\right| = x - \frac{1}{3}$$

$\{x=-2\}, \{x=5\}, \{x=1\}$

2 *Варіант*

$$|x-4| - \left|\frac{4}{3}x - \frac{28}{3}\right| = x - \frac{20}{3}$$

$\{x=9\}, \{x=2\}, \{x=5\}$

3 *Варіант*

$$|x-4| - |x-7| = x-5$$

$\{x=2\}, \{x=8\}, \{x=6\}$

4 *Варіант*

$$\left|\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}\right| - |x-6| = x - \frac{14}{3}$$

$\{x=0\}, \{x=7\}, \{x=4\}$

5 *Варіант*

$$|2x-6| - |2x-12| = 2x-8$$

$\{x=7\}, \{x=1\}, \{x=5\}$

6 *Варіант*

$$|2x-4| - |2x-8| = 2x-6$$

$\{x=1\}, \{x=5\}, \{x=3\}$

7 *Варіант*

$$|2x-8| - \left|\frac{8}{3}x - 16\right| = 2x - \frac{32}{3}$$

$\{x=5\}, \{x=7\}, \{x=2\}$

8 *Варіант*

$$|x+2| - \left|\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}\right| = x + \frac{2}{3}$$

$\{x=0\}, \{x=-3\}, \{x=4\}$

9 *Варіант*

$$|2x-6| - |2x-10| = 2x-8$$

$\{x=2\}, \{x=6\}, \{x=4\}$

10 *Варіант*

$$\left|\frac{4}{3}x - \frac{8}{3}\right| - |2x-12| = 2x - \frac{28}{3}$$

$\{x=0\}, \{x=7\}, \{x=4\}$

11 *Варіант*

$$|2x-6| - |2x-14| = 2x-10$$

$\{x=1\}, \{x=9\}, \{x=5\}$

12 *Варіант*

$$|2x+2| - \left|\frac{8}{3}x - \frac{8}{3}\right| = 2x - \frac{2}{3}$$

$\{x=0\}, \{x=-3\}, \{x=2\}$

13 *Варіант*

$$|2x-4| - |2x-12| = 2x-8$$

$\{x=0\}, \{x=8\}, \{x=4\}$

14 *Варіант*

$$\left|\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}\right| - |x-1| = x + \frac{1}{3}$$

$\{x=0\}, \{x=-2\}, \{x=3\}$

15 *Варіант*

$$\left|\frac{4}{3}x + 4\right| - |x+1| = x + \frac{7}{3}$$

$\{x=-4\}, \{x=1\}, \{x=-2\}$

16 *Варіант*

$$\left|\frac{4}{3}x - 4\right| - |x-6| = x - \frac{10}{3}$$

$\{x=1\}, \{x=8\}, \{x=5\}$

17 *Варіант*

$$|2x-4| - \left|\frac{8}{3}x - \frac{40}{3}\right| = 2x - \frac{28}{3}$$

$\{x=0\}, \{x=7\}, \{x=3\}$

18 *Варіант*

$$|x-2| - |x-5| = x-3$$

$\{x=0\}, \{x=6\}, \{x=4\}$

19 *Варіант*

$$|x-3| - \left|\frac{4}{3}x - \frac{20}{3}\right| = x - \frac{13}{3}$$

$\{x=6\}, \{x=1\}, \{x=4\}$

20 *Варіант*

$$\left|\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}\right| - |x-2| = x - \frac{2}{3}$$

$\{x=0\}, \{x=3\}, \{x=-4\}$

Задача 2. Сконструювати рівняння виду (1), котре буде мати два різні дійсні корені.

Розв'язування. Розглянемо випадок, коли на перших двох інтервалах (2) по одному розв'язку x1 і x2, а значення x3 не буде належати третьому інтервалу. Аналогічно задачі 1 конструюємо таку конфігурацію порядку

$$x1 < p < x2 < q$$

$$p := -\frac{b}{a};\ q := -\frac{\mathrm{d}}{c}.$$

Тоді

$$b := -p \cdot a;\ d := -c \cdot q,$$

$$\mathrm{p} := \mathrm{x1} + \mathrm{k1};\ \mathrm{x2} := \mathrm{p} + \mathrm{k2},$$

$$q := x2 + k3: \tag{9}$$

,

де $k1, k2, k3, k4 \in [1..3]$.

Для відшукання значень невідомих коефіцієнтів a і c рівняння (1) аналогічно задачі (1) складемо систему двох рівнянь

$$\begin{aligned} |a|(-x1+p)-|c|\cdot(x1-q) &= m\cdot x1+n \\ |a|(x2-p)-|c|\cdot(x2-q) &= m\cdot x2+n \end{aligned} \qquad (10)$$

з основною матрицею і детермінантом відповідно

$$M2 := \begin{bmatrix} -x1+p & x1-q \\ x2-p & x2-q \end{bmatrix} \quad DM2 := factor(Determinant(M2)) \qquad (11)$$

m і n поки що залишаються невизначеними. З урахуванням (9) (11) набуде вигляду

$$M3 := \begin{bmatrix} k1 & -k1-k2-k3 \\ k2 & -k3 \end{bmatrix} \quad DM3 := k1\,k2 - k1\,k3 + k2^2 + k2\,k3$$

Якщо $DM2 \neq 0$ то система (1) має один розв'язок.

Вектор вільних членів системи (10) набуде вигляду

$$s3 := \begin{bmatrix} m\,x1+n \\ m\,(x1+k1+k2)+n \end{bmatrix}.$$

Розв'язком системи (10) будуть вирази

$$a := \frac{(k1+k2)\,(k1\,m+k2\,m+k3\,m+m\,x1+n)}{k1\,k2-k1\,k3+k2^2+k2\,k3}$$

$$c := \frac{k1^2\,m+k1\,k2\,m+k1\,m\,x1-k2\,m\,x1+k1\,n-k2\,n}{k1\,k2-k1\,k3+k2^2+k2\,k3}$$

Тоді

$$b := -\frac{(k1+k2)\,(k1\,m+k2\,m+k3\,m+m\,x1+n)\,(x1+k1)}{k1\,k2-k1\,k3+k2^2+k2\,k3}$$

$$d := -\frac{1}{k1\,k2-k1\,k3+k2^2+k2\,k3}\Big(\big(k1^2\,m+k1\,k2\,m+k1\,m\,x1 - k2\,m\,x1+k1\,n-k2\,n\big)\,(x1+k1+k2+k3)\Big)$$

x3 знаходимо із рівняння, котре є наслідком розкриття модуля рівняння (1) на третьому проміжку

$$(a-c-m)\cdot x3 = n-b+d.$$

Звідси з урахуванням попереднього маємо

$$x3 := \frac{1}{k1\,k3\,m+k2\,m\,x1+k2\,n}\big(k1\,k2\,m\,x1+k2^2\,m\,x1+k2\,k3\,m\,x1+k2\,m\,x1^2+k1\,k2\,n - k1\,k3\,n+k2^2\,n+k2\,k3\,n+k2\,n\,x1\big)$$

Поставимо завдання, щоб x3 не належав третьому проміжку (2), тобто виконувалась нерівність

$$l3 = x3-q < 0.$$

Або з урахуванням попереднього

$$l3 := -\frac{k1\,k3\,(k1\,m+k2\,m+k3\,m+m\,x1+n)}{k1\,k3\,m+k2\,m\,x1+k2\,n}.$$

Розв'яжемо систему нерівностей відносно m і n

$$l6 := \{a > 0,\ c > 0, l3 < 0\} \tag{12}$$

Візьмемо

$$x1 = -2,\ k1 = 4,\ k2 = 3,\ k3 = 1$$

Тоді система (12) набуде вигляду

$$l6 := \left\{0 < \frac{13}{10}m + \frac{1}{20}n,\ 0 < \frac{21}{10}m + \frac{7}{20}n,\ -\frac{4(6m+n)}{-2m+3n} < 0\right\} \tag{13}$$

Розв’язком системи нерівностей (13) буде система нерівностей

$$l7 := \left\{0 < n,\ m < \frac{3}{2}n,\ -\frac{1}{26}n < m\right\} \tag{14}$$

Розв’язок системи (14) легко знайти простим підбором (перебором). Наприклад $n = 2,\ m = 1$

Шукане рівняння матиме вигляд

$$l10 := \left|\frac{14}{5}x - \frac{28}{5}\right| - \left|\frac{7}{5}x - \frac{42}{5}\right| = x + 2$$

з розв’язками

$$\{x = -2\},\ \{x = 5\}$$

Задача розв’язана.

Програма 2.

```
"Два модулі і два розвязки. Третій поза інтервалом";
'|a·x + b|-|c·x + d| = m·x + n':
with(LinearAlgebra) :
y := rand(-3 ..3) : z := rand(1 ..3) : i := 1 : j := 20 :
while i ≤ j do
unassign('a','b','c','d','m','n','x1','x2','x3','k1','k2','k3','L2','M3','s3','p','q','m','n','l3','l4','l5','l6','l7','l8','l9','l10
    ') :
M2 := [ -x1 + p   x1 - q ]
      [ x2 - p    x2 - q ];  DM2 := factor(Determinant(M2));
p := x1 + k1 : x2 := p + k2 : q := x2 + k3 :;
M3 := M2; DM3 := factor(Determinant(M3));
s3 := Vector(2, [m·x1 + n, m·x2 + n]);
L2 := LinearSolve(M3, s3);
a := factor(L2[1]);'b'=-a·p; c := factor(L2[2]); 'd'= c·q;
 a := collect(factor(L2[1]), [m, n]); b := factor(-a·p);
c := collect(factor(L2[2]), [m, n]); d := factor(-c·q);
x31 := factor(simplify((n - b + d)/(a - c - m)));
l3 := factor(collect(normal(x31 - q), [m, n]));
l31 := numer(l3); l32 := denom(l3);
x1 := y( ) : k1 := z( ) : k2 := z( ) : k3 := z( ) : DM3 := Determinant(M3) :
 while DM3 = 0 do
x1 := y( ) : k1 := z( ) : k2 := z( ) : k3 := z( ) :
DM3 := Determinant(M3) :
end do: 'DM3'= DM3;
m := y( ) : n := y( ) :  'a'= a, 'c'= c, 'l31'= l31, 'l32'= l32;
if l32 ≠ 0 then if  a > 0 and c > 0  and l31·l32 < 0 and a·b·c·d·m·n ≠ 0 then
da := denom(a) : dc := denom(c) : dm := denom(m) :
ds := lcm(da, dc, dm) :
sa := numer(a) : sc := numer(c) : sm := numer(m) :
dac := gcd(sa, sc) : dacm := gcd(dac, sm) :
```

$$l10 := \left|\frac{ds}{dacm}\cdot\left(a\cdot x+b\right)\right|-\left|\frac{ds}{dacm}\cdot\left(c\cdot x+d\right)\right| = \frac{ds}{dacm}\cdot(m\cdot x+n);$$

$print('Варіант'\ i) : print(l10) : print(solve(l10, \{x\})) : i := i+1 :$

end if:**end if**: **end do**:

Варіант
$|20\,x-20|-|5\,x-35|=9\,x+9$
$\{x=-1\}, \{x=4\}$

2 *Варіант*
$|7\,x-14|-|3\,x-18|=3\,x+3$
$\{x=-1\}, \{x=5\}$

3 *Варіант*
$|5\,x-15|-|2\,x-14|=2\,x+1$
$\{x=0\}, \{x=6\}$

4 *Варіант*
$|14\,x-56|-|8\,x-48|=x+1$
$\{x=1\}, \{x=5\}$

5 *Варіант*
$|14\,x-70|-|6\,x-54|=-x+2$
$\{x=2\}, \{x=6\}$

6 *Варіант*
$|15\,x-30|-|8\,x-32|=3\,x-2$
$\{x=0\}, \{x=3\}$

7 *Варіант*
$|17\,x-34|-|6\,x-30|=6\,x+4$
$\{x=0\}, \{x=4\}$

8 *Варіант*
$|57\,x-228|-|2\,x-14|=21\,x-14$
$\{x=3\}, \{x=6\}$

9 *Варіант*
$|45\,x-90|-|16\,x-112|=7\,x+14$
$\{x=-1\}, \{x=4\}$

10 *Варіант*
$|39\,x-117|-|3\,x-21|=16\,x-8$
$\{x=2\}, \{x=5\}$

11 *Варіант*
$|50\,x-150|-|17\,x-136|=7\,x+14$
$\{x=0\}, \{x=5\}$

12 *Варіант*
$|12\,x-12|-|x-5|=7\,x+7$
$\{x=0\}, \{x=4\}$

13 *Варіант*
$|10\,x-20|-|2\,x-12|=7\,x-7$
$\{x=1\}, \{x=5\}$

14 *Варіант*
$|55\,x-275|-|5\,x-45|=16\,x+32$
$\{x=3\}, \{x=8\}$

15 *Варіант*
$|10\,x-40|-|6\,x-36|=x-1$
$\{x=1\}, \{x=5\}$

16 *Варіант*
$|55\,x-165|-|23\,x-161|=12\,x+4$
$\{x=0\}, \{x=5\}$

17 *Варіант*
$|85\,x-425|-|31\,x-310|=14\,x-21$
$\{x=2\}, \{x=7\}$

18 *Варіант*
$|12\,x-24|-|3\,x-15|=7\,x-7$
$\{x=1\}, \{x=4\}$

19 *Варіант*
$|6\,x-12|-|x-5|=x+1$
$\{x=1\}, \{x=3\}$

20 *Варіант*
$|3\,x-9|-|x-7|=x-1$
$\{x=1\}, \{x=5\}$

Задача 3. Сконструювати рівняння виду (1), що мало б два розв'язки.

Розв'язування. Задача відрізняється від задачі 2 тим, що на третьому інтервалі з системи інтервалів (2) розв'язок не існує, а на перших двох інтервалах існує по одному розв'язку. На третьому інтервалі системи (2) рівняння (1) набуде вигляду

$$(a-c-m)\cdot x = n-b-d$$

і умовою не існування його розв'язку буде

$$a-c-m=0$$
$$n-b-d\neq 0$$

Конфігурація порядку буде такою

$$x1 < p < x2 < q$$

де

$$b := -c\cdot p : \ d := -c\cdot q$$
$$p := x1+k1; x2 := p+k2 : q := x2+k3 \qquad (15)$$
$$k1 > 0,\ k2 > 0,\ k3 > 0$$

Тому математичною моделлю задачі 3 може бути система відносно невідомих a, c, m

$$|a|\cdot|x1-p|-|x1-q| = m\cdot x1+n$$
$$|a|\cdot|x2-p|-|x2-q| = m\cdot x2+n \qquad (16)$$
$$a-c-m-0$$
$$a>0,\ c>0$$

Матриця системи рівнянь (16) і її детермінант з урахуванням (15) матимуть вигляд

$$M2 := \begin{bmatrix} k1 & -k1 - k2 - k3 & -x1 \\ k2 & -k3 & -x1 - k1 - k2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$DM2 := 2\,k1\,k3 + 2\,k2\,x1$$

Звідси зрозуміло, що якщо детермінант *DM2* не рівний нулю, то система рівнянь (16) має єдиний розв'язок. Вільний член системи (16) запишеться так

$$s := \begin{bmatrix} n \\ n \\ 0 \end{bmatrix}$$

Розв'язком системи (16)у загальному вигляді після перетворень буде вектор

$$L := \begin{bmatrix} -\dfrac{n\,(k1 + k2)}{k1\,k3 + k2\,x1} \\ -\dfrac{k1\,n}{k1\,k3 + k2\,x1} \\ -\dfrac{k2\,n}{k1\,k3 + k2\,x1} \end{bmatrix} \tag{17}$$

З (17) запишемо значення

$$a := -\frac{n\,(k1 + k2)}{k1\,k3 + k2\,x1},\quad b := \frac{n\,(k1 + k2)\,(x1 + k1)}{k1\,k3 + k2\,x1},\quad c := -\frac{k1\,n}{k1\,k3 + k2\,x1},$$
$$d := \frac{k1\,n\,(x1 + k1 + k2 + k3)}{k1\,k3 + k2\,x1},\quad m := -\frac{k2\,n}{k1\,k3 + k2\,x1},\quad l := \frac{2\,n\,k1\,k3}{k1\,k3 + k2\,x1} \tag{18}$$

де l буде відмінне від нуля. З іншого боку

$$l = n - b + d$$

Отже, на третьому проміжку системи (2) рівняння (1) не буде мати розв'язку. Випадок n=0 для нас не цікавий. З (18) видно, що

$$a > 0,\ c > 0$$

за умови

$$(k1 \cdot k3 + k2 \cdot x1) \cdot n < 0 \tag{19}$$

Отже, генеруючи (перебираючи) значення

$$x1 \in [-4\,..3],\ k1,\ k2,\ k3 \in [1\,..3]$$

Можна досягти виконання нерівності (19) та нерівності нулю детермінанту $DM2 := 2\,k1\,k3 + 2\,k2\,x1$ системи (16).

Алгоритм 3.

1. Створюємо матрицю M2.
2. Визначаємо її визначник DM2.
3. Записуємо вектор s вільних членів
4. Розв'язуємо систему рівнянь з основною матрицею M2 і вільним членом s.
5. Генеруємо

$$x1 \in [-4\,..3],\ k1,\ k2,\ k3 \in [1\,..3]$$

поки $(k1 \cdot k3 + k2 \cdot x1) \cdot n < 0 \wedge DM2 \neq 0$

6. Виводимо на друк (екран) шукане рівняння

$$|a \cdot x + b| - |c \cdot x + d| = m \cdot x + n$$

7. Якщо потрібно декілька варіантів рівнянь виду (1), то йдемо до п. 1.

Програма 3.

$with(LinearAlgebra): y := rand(-4..-1): z := rand(1..4): i := 1: j := 25:$

while $i \le j$ **do**

$unassign('a','b','c','d','m','n','x1','x2','x3','p','q','M','DM','M1','s','k1','k2','k3','l','l1','l3','x'):$

$$M1 := \begin{bmatrix} -x1+p & x1-q & -x1 \\ x2-p & x2-q & -x2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix};$$

$DM1 := factor(Determinant(M1));$

$p := x1 + k1 : x2 := p + k2 : q := x2 + k3 :$

$M2 := M1; DM2 := Determinant(M2); s := Vector(3, [n, n, 0]);$

$L := LinearSolve(M2, s);$

$a := L[1]; b := -a \cdot p; c := L[2]; d := -c \cdot q; m := L[3];$

$l := normal(n - b + d);$

$x1 := y(\,) : n := y(\,) : k1 := z(\,) :$

$k2 := z(\,) : k3 := z(\,) : l1 := k1 \cdot k3 + k2 \cdot x1 :$

while $l1 \cdot n \ge 0$ **or** $x1 + k1 = 0$ **or** $DM2 = 0$ **do**

$x1 := y(\,) : n := y(\,) : k1 := z(\,) : k2 := z(\,) :$

$k3 := z(\,) : l1 := k1 \cdot k3 + k2 \cdot x1$:**end do**:

$da := denom(a) : dc := denom(c) : dm := denom(m) :$

$ds := lcm(da, dc, dm) :$

$sa := numer(a) : sc := numer(c) : sm := numer(m) :$

$dac := gcd(sa, sc) : dacm := gcd(dac, sm) :$

$$l3 := \left|\frac{ds}{dacm}\cdot\left(a \cdot x + b\right)\right| - \left|\frac{ds}{dacm}\cdot\left(c \cdot x + d\right)\right| = \frac{ds}{dacm}\cdot(m \cdot x + n);$$

$print('варіант\ '\ i) : print(l3) : print(solve(l3, \{x\})) : i := i + 1 :$ **end do**:

варіант

$|7x - 14| - |4x - 28| = 3x - 2$

$\{x = -2\}, \{x = 5\}$

2 *варіант*

$|5x - 15| - |4x - 20| = x - 3$

$\{x = -1\}, \{x = 4\}$

3 *варіант*

$|5x - 15| - |4x - 28| = x - 11$

$\{x = -1\}, \{x = 4\}$

4 *варіант*

$|5x + 5| - |3x - 12| = 2x - 1$

$\{x = -4\}, \{x = 1\}$

5 *варіант*

$|2x - 6| - |x - 10| = x - 2$

$\{x = -1\}, \{x = 7\}$

6 *варіант*

$|3x - 3| - |x - 9| = 2x - 2$

$\{x = -1\}, \{x = 5\}$

7 *варіант*

$|4x - 8| - |3x - 12| = x - 2$

$\{x = -1\}, \{x = 3\}$

8 *варіант*

$|2x - 6| - |x - 9| = x - 1$

$\{x = -1\}, \{x = 7\}$

9 *варіант*

$|7x - 21| - |4x - 32| = 3x - 5$

$\{x = -1\}, \{x = 6\}$

10 *варіант*

$|4x - 8| - |3x - 12| = x - 2$

$\{x = -1\}, \{x = 3\}$

11 *варіант*

$|3x - 3| - |2x - 12| = x - 3$

$\{x = -3\}, \{x = 3\}$

12 *варіант*

$|2x - 2| - |x - 6| = x - 2$

$\{x = -1\}, \{x = 3\}$

13 *варіант*

$|4x + 4| - |3x - 12| = x - 8$

$\{x = 0\}, \{x = -4\}$

14 *варіант*

$|5x - 5| - |4x - 12| = x - 1$

$\{x = -3\}, \{x = 2\}$

15 *варіант*

$|5x - 10| - |4x - 28| = x - 14$

$\{x = -2\}, \{x = 3\}$

16 *варіант*

$|2x - 4| - |x - 9| = x - 1$

$\{x = -2\}, \{x = 6\}$

17 *варіант*

$|7x - 14| - |4x - 28| = 3x - 2$

$\{x = -2\}, \{x = 5\}$

18 *варіант*

$|3x - 3| - |2x - 12| = x - 3$

$\{x = -3\}, \{x = 3\}$

19 *варіант*

$|3x-3|-|2x-10|=x-5$
$\{x=-1\}, \{x=2\}$
20 *варіант*
$|5x-5|-|2x-16|=3x-5$
$\{x=-1\}, \{x=4\}$
21 *варіант*
$|5x-5|-|3x-15|=2x-2$
$\{x=-2\}, \{x=3\}$
22 *варіант*
$|3x+3|-|2x-8|=x-5$
$\{x=0\}, \{x=-3\}$

23 *варіант*
$|4x+4|-|3x-6|=x-2$
$\{x=0\}, \{x=-4\}$
24 *варіант*
$|5x-10|-|3x-24|=2x-10$
$\{x=-1\}, \{x=4\}$
25 *варіант*
$|2x+2|-|x-3|=x-1$
$\{x=0\}, \{x=-2\}$

Задача 4. Сконструювати рівняння виду (1), щоб воно мало принаймні два розв'язки (два, або більше розв'язків).

Розв'язування.

Порівняно з попередньою задачею умова задачі 4 дещо спрощена (не точно два розв'язки). Такий випадок доцільний, оскільки він має значно простішу математичну модель і відповідну програму, що важливо для розуміння вчителями математики. Рівняння може мати два, три і більше (нескінчене число) коренів. *Науковий підхід до створення математичної моделі розв'язування задачі 4* полягає в тому, що повинно існувати принаймні два різні дійсні числа x1 і x2, котрі задовольняють рівняння (1), тобто утворюється система рівнянь

$$|a\cdot x1+b|+|c\cdot x1+d|=m\cdot x1+n$$
$$|a\cdot x2+b|+|c\cdot x2+d|=m\cdot x2+n \qquad (19)$$

Якщо в системі (19) згенерувати (вибрати) a>0, c>0, а також числа x1, x2, b, d, то вона перетвориться в систему двох лінійних рівнянь з двома невідомими m і n, котра матиме єдиний розв'язок. Метод інтервалів для розв'язування рівняння (1) вимагає його розв'язування на трьох інтервалах. Ми не ставимо умов щодо належності x1 і x2 різним інтервалам та їх упорядкування. Інакше прийдемо до задачі, котра подібна задачі 1.

Алгоритм розв'язування задачі 4 може бути таким.

1. Генеруємо $a\in[1..5]$, $c\in[1..5]$, $x1\in[-5..5]$, $x2\in[-5..5]$,
2. Поки $x1=x2$ генеруємо $x1\in[-5..5]$, $x2\in[-5..5]$,
3. Поки a=c генеруємо $a\in[1..5]$, $c\in[1..5]$,
4. Генеруємо $b\in[-5..5]$, $d\in[-5..5]$
5. Розв'язуємо систему рівнянь відносно m і n

$$|a\cdot x1+b|+|c\cdot x1+d|=m\cdot x1+n$$
$$|a\cdot x2+b|+|c\cdot x2+d|=m\cdot x2+n$$

6. Якщо $a\cdot b\cdot c\cdot d\cdot m\cdot n\neq 0$, то
   6.1. Друкуємо рівняння
   $$|a\cdot x+b|+|c\cdot x+d|=m\cdot x+n$$
   6.2. Розв'язуємо рівняння
   $$|a\cdot x+b|+|c\cdot x+d|=m\cdot x+n$$
7. Якщо потрібно декілька варіантів рівнянь, то ідемо до п. 1.

Якщо розв'язками рівняння є нескінчена множина розв'язків, то згенеровані x1 і x2, котрі є розв'язками рівняння, входять у цю множину.

Програма 2.

```
>
  y := rand(-5..5) : z := rand(1..5) :
  i := 1 : j := 20 :
  while i ≤ j do
  unassign('a','b','c','d','m','n','x','x1','x2') :
  x1 := y( ) : x2 := y( ) :
  while x1 = x2 do x1 := y( ) : x2 := y( ) : end do:
  b := y( ) : d := y( ) :
  a := z( ) : c := z( ) :
  while a = c do a := z( ) : c := z( ) : end do:
  l1 := |a·x1 + b| + |c·x1 + d| = m·x1 + n;
  l2 := |a·x2 + b| + |c·x2 + d| = m·x2 + n;
  s := solve({l1, l2}, {m, n}); assign(s) :
  if a·b·c·d·m·n ≠ 0 then
  print(|a·x + b| + |c·x + d| = m·x + n);
  print(solve(|a·x + b| + |c·x + d| = m·x + n, {x})) :
   i := i + 1 : end if:
  end do:
```

$$|3x-2|+|2x+4|=-\frac{11}{7}x+\frac{106}{7}$$
$$\{x=-5\},\ \{x=2\}$$
$$|5x+3|+|x-5|=4x+8$$
$$\left\{-\frac{3}{5}\le x,\ x\le 5\right\}$$
$$|4x-3|+|3x-5|=3x+8$$
$$\{x=0\},\ \{x=4\}$$
$$|4x-5|+|5x-5|=-\frac{10}{3}x+27$$
$$\{x=-3\},\ \{x=3\}$$
$$|4x+3|+|5x+1|=-9x-4$$
$$\left\{x\le -\frac{3}{4}\right\}$$
$$|2x-4|+|x-4|=-\frac{7}{3}x+10$$
$$\{x=-3\},\ \{x=3\}$$
$$|4x-2|+|x+2|=-\frac{5}{2}x+\frac{15}{2}$$
$$\{x=-3\},\ \{x=1\}$$
$$|2x+4|+|4x-5|=\frac{7}{2}x+9$$
$$\{x=0\},\ \{x=4\}$$
$$|5x+2|+|3x-4|=-6x+6$$
$$\{x=0\},\ \{x=-2\}$$
$$|x+4|+|5x-5|=-\frac{2}{3}x+\frac{37}{3}$$
$$\{x=-1\},\ \{x=2\}$$
$$|3x-5|+|4x-1|=-3x+14$$
$$\{x=-2\},\ \{x=2\}$$
$$|x+3|+|2x+3|=x+4$$
$$\{x=-2\},\ \{x=-1\}$$
$$|3x+2|+|2x-2|=x+12$$
$$\{x=-2\},\ \{x=3\}$$
$$|4x-5|+|3x+1|=-7x+4$$
$$\left\{x\le -\frac{1}{3}\right\}$$
$$|5x-1|+|2x+3|=-\frac{3}{5}x+\frac{86}{5}$$
$$\{x=-3\},\ \{x=2\}$$
$$|5x-4|+|3x-2|=-8x+6$$
$$\left\{x\le \frac{2}{3}\right\}$$
$$|4x+1|+|3x-5|=7x-4$$
$$\left\{\frac{5}{3}\le x\right\}$$
$$|5x-4|+|3x-5|=-8x+9$$
$$\left\{x\le \frac{4}{5}\right\}$$
$$|3x-2|+|4x+2|=5x+4$$
$$\{x=0\},\ \{x=2\}$$
$$|x-2|+|4x+1|=2x+8$$
$$\{x=-1\},\ \{x=3\}$$

Задача 5. Сконструювати рівняння виду (1), котре мало б безліч розв'язків.

Розв'язування. Як уже згадувалося вище, рівняння (1) методом інтервалів розв'язується на кожному з інтервалів. Для визначеності розглянемо випадок

$$a\cdot x+b<0,\ c\cdot x+d<0 \tag{20}$$

Нехай для визначеності увесь інтервал є розв'язком рівняння (1). Розкриємо модулі в рівнянні (1) за умов (20). Після простих перетворень маємо рівняння

$$-(a+b+c)\cdot x=b+d+n$$

котре матиме безліч розв'язків за умов

$$a+c+m=0,\ b+d+n=0$$

Звідки маємо m=-a-c, n=-b-d. Генеруємо a, b, c, d і визначаємо m і n. Підставляємо ці значення у рівняння (1) і розв'язуємо його відносно x.

Програма 5.

```
>
y := rand(-5..5) : z := rand(1..4) :
i := 1 : j := 20 :
while i ≤ j do
n := y( ) : d := y( ) :
a := z( ) : c := z( ) :
m := -a - c : b := -n - d :
if n·d·m·b ≠ 0 then
print(abs(a·x + b) + abs(c·x + d) = m·x + n) :
print(solve(abs(a·x + b) + abs(c·x + d) = m·x + n, {x})) :
i := i + 1 : end if:
end do:
```

$$|x-3|+|x+2|=-2x+1$$
$$\{x\le -2\}$$
$$|x-3|+|2x+2|=-3x+1$$
$$\{x\le -1\}$$
$$|3x+7|+|2x-5|=-5x-2$$
$$\left\{x\le -\frac{7}{3}\right\}$$
$$|x-2|+|x-1|=-2x+3$$
$$\{x\le 1\}$$
$$|x+5|+|3x-3|=-4x-2$$
$$\{x\le -5\}$$
$$|2x-6|+|3x+2|=-5x+4$$
$$\left\{x\le -\frac{2}{3}\right\}$$
$$|x-1|+|x+5|=-2x-4$$
$$\{x\le -5\}$$
$$|2x-3|+|x-2|=-3x+5$$
$$\left\{x\le \frac{3}{2}\right\}$$
$$|3x-6|+|x+5|=-4x+1$$
$$\{x\le -5\}$$
$$|3x-3|+|2x-2|=-5x+5$$
$$\{x\le 1\}$$
$$|x-6|+|2x+4|=-3x+2$$
$$\{x\le -2\}$$
$$|2x-10|+|2x+5|=-4x+5$$
$$\left\{x\le -\frac{5}{2}\right\}$$
$$|x-6|+|4x+1|=-5x+5$$
$$\left\{x\le -\frac{1}{4}\right\}$$
$$|2x-1|+|x-3|=-3x+4$$
$$\left\{x\le \frac{1}{2}\right\}$$
$$|x+10|+|2x-5|=-3x-5$$
$$\{x\le -10\}$$
$$|4x+4|+|2x-2|=-6x-2$$
$$\{x\le -1\}$$
$$|2x-6|+|4x+1|=-6x+5$$
$$\left\{x\le -\frac{1}{4}\right\}$$
$$|2x+6|+|3x-1|=-5x-5$$
$$\{x\le -3\}$$
$$|2x-2|+|4x-2|=-6x+4$$
$$\left\{x\le \frac{1}{2}\right\}$$
$$|2x-3|+|x+1|=-3x+2$$
$$\{x\le -1\}$$

Задача 6. Сконструювати рівняння виду (1), щоб воно мало точно один розв'язок.

Розв'язування. Використаємо підхід до створення математичної моделі, коли усі три лінійні рівняння, котрі отрималися після розкриття модулів у рівнянні (1) на кожному інтервалі, мають розв'язки, однак x2 і x3 належать іншим інтервалам і не будуть розв'язками вихідного рівняння. До речі, у такий спосіб можна було б створювати моделі усіх попередніх задач. На інтервалах (2) числа x1, x2, x3 розташуємо згідно нерівності (вихідна конфігурація

$$\boldsymbol{x}1<\boldsymbol{x}2<-\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}<\boldsymbol{x}3<-\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{c}}\ . \tag{21}$$

Розкриваючи модулі рівняння (1) на кожному інтервалі з (2), маємо таке. На першому з інтервалів (2) розв'язком відповідного рівнянню (1) (рівнянню без модулів) буде x1 і воно входить, згідно (21), в цей інтервал і тому буде розв'язком рівняння (1). На другому інтервалі розв'язком відповідного рівнянню (1) (без модулів) буде x2, однак воно не входить в цей інтервал і тому не буде розв'язком рівняння (1). Аналогічно x3 не буде розв'язком рівняння (1). Математичною моделлю задачі (6), згідно розкриття модулів рівняння (1) на кожному інтервалі і зроблених вище пояснень, а також (21), буде така система нелінійних рівнянь.

$$
\begin{gathered}
-a\cdot x1 - b - c\cdot x1 - d = m\cdot x1 + n \\
a\cdot x2 + b - c\cdot x2 - d = m\cdot x2 + n \\
a\cdot x3 + b + c\cdot x3 + d = m\cdot x3 + n \\
b = -a\cdot(x1 + k1 + k2) \\
d = -c\cdot(x1 + k1 + k2 + k3 + k4) \\
x2 = x1 + k1 \\
x3 = x1 + k1 + k2 + k3
\end{gathered} \tag{22}
$$

Для розв'язування системи (22) виберемо довільно x1, m, k1>0, k2>0, k3>0, k4>0 з певних проміжків. Тоді нелінійна система (22) перетвориться в лінійну з головною матрицею

$$
M := \begin{bmatrix} k3 & -k4 & -1 \\ -k2 & k2 + k3 + k4 & -1 \\ k1 + k2 & k1 + k2 + k3 & -1 \end{bmatrix} \tag{23}
$$

і визначником

$$
DM := 2\,k1\,k2 + 2\,k1\,k3 + 2\,k1\,k4 + 2\,k2^2 + 2\,k2\,k3 + 3\,k2\,k4 - k3\,k4 \tag{24}
$$

Визначник (24) матриці (23) може мати як додатні, так і від'ємні значення, а отже може бути рівний нулю. Оскільки значення k1, k2, k3, k4 будуть генеруватися з обмеженого проміжку

$$
[1, s] \text{ де } s \le 3 \tag{25}
$$

то з (24) видно, що DM>0, якщо значення з більшого проміжку, то в програмі поставимо вимогу щоб $\boldsymbol{DM} \neq 0$. Отже система (22) матиме за накладених умов (25) єдиний розв'язок. Вид матриці (23) і її визначнику (24) можна знайти за такою програмою

Програма (допоміжна).

```
restart: with(LinearAlgebra):
b := -a·(x1 + k1 + k2);
d := -c·(x1 + k1 + k2 + k3 + k4);
x2 := x1 + k1;
x3 := x1 + k1 + k2 + k3;

l := expand({-a·x1 - b - c·x1 - d = m·x1 + n, a·x2 + b - c·x2 - d = m·x2 + n, a·x3 + b
    + c·x3 + d = m·x3 + n});

M := Matrix(3, 3, [[k3, -k4, -1], [-k2, k2 + k3 + k4, -1], [k1 + k2, k1 + k2 + k3, -1]]);
DM := factor(Determinant(M));
```

$$b := -a\,(x1 + k1 + k2)$$

$$d := -c\,(x1 + k1 + k2 + k3 + k4)$$

$$x2 := x1 + k1$$

$$x3 := x1 + k1 + k2 + k3$$

$$
\begin{aligned}
l := \{&a\,k3 - c\,k4 = k1\,m + k2\,m + k3\,m + m\,x1 + n,\ -a\,k2 + c\,k2 \\
&+ c\,k3 + c\,k4 = k1\,m + m\,x1 + n,\ a\,k1 + a\,k2 + c\,k1 + c\,k2 \\
&+ c\,k3 + c\,k4 = m\,x1 + n\}
\end{aligned}
$$

$$
M := \begin{bmatrix} k3 & -k4 & -1 \\ -k2 & k2 + k3 + k4 & -1 \\ k1 + k2 & k1 + k2 + k3 & -1 \end{bmatrix}
$$

$$DM := 2\,k1\,k2 + 2\,k1\,k3 + 2\,k1\,k4 + 2\,k2^2 + 2\,k2\,k3 + 3\,k2\,k4 - k3\,k4$$

Програма 6. (Основана на ідеї повного перебору змінних зі значеннями з певного проміжку. Усього 48 можливих варіантів. Наведено перші 20).

```
restart : with(LinearAlgebra) : i := 1 :
for x1 from -1 by 1 to 1 do
for k1 from 1 by 1 to 2 do
for k2 from 1 by 1 to 2 do
for k3 from 1 by 1 to 2 do
for k4 from 1 by 1 to 2 do
for m from -1 by 1 to 2 do

unassign('a','c','b','d', 'n') :
b := -a·(x1 + k1 + k2);
d := -c·(x1 + k1 + k2 + k3 + k4);
x2 := x1 + k1;
x3 := x1 + k1 + k2 + k3;

l := expand({-a·x1 - b - c·x1 - d = m·x1 + n, a·x2 + b - c·x2 - d = m·x2 + n, a·x3 + b
    + c·x3 + d = m·x3 + n});

if DM ≠ 0 then b := -a·(x1 + k1 + k2); d := -c·(x1 + k1 + k2 + k3 + k4);
L := solve({-a·x1 - b - c·x1 - d = m·x1 + n, a·x2 + b - c·x2 - d = m·x2 + n, a·x3 + b
    + c·x3 + d = m·x3 + n}, {a, c, n}); assign(L) :

if a·c·n·m·b·d ≠ 0 and a > 0 and c > 0 then
print(Варіант i) :
print(abs(denom(a)·(a·x + b)) + abs(denom(a)·(c·x + d)) = denom(a)·(m·x + n)) :
S := solve(abs(a·x + b) + abs(c·x + d) = m·x + n, {x}) : print(S) :
i := i + 1 :
end if: end if:

end do: end do: end do: end do: end do: end do:
```

Варіант
$|x-1| + |4x-12| = -7x+11$
$\{x=-1\}$
2 *Варіант*
$|x-1| + |2x-8| = -5x+7$
$\{x=-1\}$
3 *Варіант*
$|x-1| + |6x-24| = -9x+23$
$\{x=-1\}$
4 *Варіант*
$|x-1| + |3x-15| = -6x+14$
$\{x=-1\}$
5 *Варіант*
$|x-2| + |9x-36| = -14x+34$
$\{x=-1\}$
6 *Варіант*
$|2x-4| + |9x-45| = -19x+41$
$\{x=-1\}$
7 *Варіант*
$|x-2| + |12x-60| = -17x+58$
$\{x=-1\}$
8 *Варіант*
$|x-2| + |6x-36| = -11x+34$
$\{x=-1\}$
9 *Варіант*
$|x-2| + |3x-12| = -5x+13$
$\{x=-1\}$
10 *Варіант*
$|2x-4| + |3x-15| = -7x+17$
$\{x=-1\}$
11 *Варіант*
$|2x-4| + |9x-45| = -13x+47$
$\{x=-1\}$
12 *Варіант*
$|4x-8| + |9x-54| = -17x+58$
$\{x=-1\}$
13 *Варіант*
$|x-3| + |6x-30| = -9x+31$
$\{x=-1\}$
14 *Варіант*
$|x-3| + |3x-18| = -6x+19$
$\{x=-1\}$
15 *Варіант*
$|x-3| + |8x-48| = -11x+49$
$\{x=-1\}$
16 *Варіант*
$|x-3| + |4x-28| = -7x+29$
$\{x=-1\}$
17 *Варіант*
$|x-2| + |4x-16| = -7x+18$

$\{x = 0\}$
18 *Варіант*
$|x-2| + |2x-10| = -5x + 12$
$\{x = 0\}$
19 *Варіант*
$|x-2| + |6x-30| = -9x + 32$
$\{x = 0\}$
20 *Варіант*
$|x-2| + |3x-18| = -6x + 20$
$\{x = 0\}$

Задача 7. Сконструювати рівняння (1), щоб воно не мало жодного розв'язку.
Розв'язування. Для розв'язування задачі створюємо такі конфігурацію

$$x2 < -\frac{b}{a} < x3 < -\frac{d}{c} < x1 \tag{26}$$

Виходячи з (26) записуємо математичну модель задачі 7 у вигляді системи рівнянь

$$\begin{gathered} -a \cdot x3 - b - c \cdot x3 - d = m \cdot x3 + n \\ a \cdot x2 + b - c \cdot x2 - d = m \cdot x2 + n \\ a \cdot x1 + b + c \cdot x1 + d - m \cdot x1 + n \\ b = -a \cdot (x2 + k1) \\ d = -c \cdot (x2 + k1 + k2 + k3) \\ x3 = x2 + k1 + k2 \\ x1 = x2 + k1 + k2 + k3 + k4 \end{gathered} \tag{27}$$

де k1, k2, k3, k4 додатні з проміжку (25).

Перші три рівняння системи-моделі (27) є результатом розкриття модулів рівняння (1) на кожному з трьох інтервалів (2), причому x2, x3, x1 є розв'язками відповідних лінійних рівнянь на першому, другому і третьому інтервалах, однак вони не входять у потрібний інтервал і тому не є розв'язками рівняння (1). Для дослідження і розв'язування системи (27) скористаємося середовищем Maple.

Програма (допоміжна).

```
restart : with(LinearAlgebra) :
 b := -a·(x2 + k1);
 d := -c·(x2 + k1 + k2 + k3);
 x3 := x2 + k1 + k2;
 x1 := x2 + k1 + k2 + k3 + k4;

l := expand({-a·x3 - b - c·x3 - d = m·x3 + n, a·x1 + b - c·x1 - d = m·x1 + n, a·x2 + b
      + c·x2 + d = m·x2 + n});
M := Matrix(3, 3, [[-k2, k3, -1], [-k1, -k1 - k2 - k3, -1], [k2 + k3 + k4, -k4, -1]]);
 DM := factor(Determinant(M));
 L := factor(solve([-a k2 + c k3 = k1 m + k2 m + m x2 + n, -a k1 - c k1 - c k2 - c k3
      = m x2 + n, a k2 + a k3 + a k4 - c k4 = k1 m + k2 m + k3 m + k4 m + m x2 + n], [a, c,
     n])); assign(L) :
```

$$b := -a\,(x2 + k1)$$
$$d := -c\,(x2 + k1 + k2 + k3)$$
$$x3 := x2 + k1 + k2$$
$$x1 := x2 + k1 + k2 + k3 + k4$$
$$l := \{-a\,k2 + c\,k3 = k1\,m + k2\,m + m\,x2 + n,\ -a\,k1 - c\,k1 - c\,k2 - c\,k3 = m\,x2 + n,\ a\,k2 + a\,k3 + a\,k4 - c\,k4 = k1\,m + k2\,m + k3\,m + k4\,m + m\,x2 + n\}$$

$$M := \begin{bmatrix} -k2 & k3 & -1 \\ -k1 & -k1 - k2 - k3 & -1 \\ k2 + k3 + k4 & -k4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$DM := -2\,k1\,k2 - 2\,k1\,k3 - 2\,k1\,k4 - 2\,k2^2 - 4\,k2\,k3 - 2\,k3^2 - 2\,k3\,k4$$

$$L := \left[\left[a = \frac{(k3+k4)\,(k1+k2+k3)\,m}{k1\,k2+k1\,k3+k1\,k4+k2^2+2\,k2\,k3+k3^2+k3\,k4}, c = \frac{m\,k2\,(k1+k2+k3+k4)}{k1\,k2+k1\,k3+k1\,k4+k2^2+2\,k2\,k3+k3^2+k3\,k4}, n = -\big(m\,\big(k1^2\,k2+k1^2\,k3 + k1^2\,k4+2\,k1\,k2^2+3\,k1\,k2\,k3+2\,k1\,k2\,k4+k1\,k2\,x2+k1\,k3^2+k1\,k3\,k4+k1\,k3\,x2 + k1\,k4\,x2+k2^3+2\,k2^2\,k3+k2^2\,k4+k2^2\,x2+k2\,k3^2+k2\,k3\,k4+2\,k2\,k3\,x2+k3^2\,x2 + k3\,k4\,x2\big)\big)\big/\big(k1\,k2+k1\,k3+k1\,k4+k2^2+2\,k2\,k3+k3^2+k3\,k4\big)\right]\right]$$

З цієї програми і результатів її виконання видно, що система (27) спочатку перетворена в систему l (ель) з матрицею M і її визначником $\boldsymbol{DM} \neq 0$. Із системи l (ель) програма 7 знаходить розв'язки a, c, m. Для створення достатньої кількості різних варіантів завдань виду (1) з умовою, що рівняння (1) не має розв'язку створюємо програму на основі циклів повного перебору цілих значень вільних змінних моделі з потрібних проміжків

Програма 7. (Основана на ідеї повного перебору змінних зі значеннями з певного проміжку. Усього 80 можливих варіантів. Наведено перші 20).

```
restart : with(LinearAlgebra) : i := 1 :
for x2 from -1 by 1 to 1 do
for k1 from 1 by 1 to 2 do
for k2 from 1 by 1 to 2 do

for k3 from 1 by 1 to 2 do
for k4 from 1 by 1 to 2 do
for m from 1 by 1 to 2 do
unassign('a','c','b','d', 'n') :
b := -a·(x2 + k1);

d := -c·(x2 + k1 + k2 + k3);
x3 := x2 + k1 + k2;
x1 := x2 + k1 + k2 + k3 + k4;
l := expand({-a·x3 - b - c·x3 - d = m·x3 + n, a·x1 + b - c·x1 - d = m·x1 + n, a·x2 + b
     + c·x2 + d = m·x2 + n});

M := Matrix(3, 3, [[-k2, k3, -1], [-k1, -k1 - k2 - k3, -1], [k2 + k3 + k4, -k4, -1]]);
DM := factor(Determinant(M));

if DM ≠ 0 then b := -a·(x2 + k1);
d := -c·(x2 + k1 + k2 + k3);
L := factor(solve([-a k2 + c k3 = k1 m + k2 m + m x2 + n, -a k1 - c k1 - c k2 - c k3
     = m x2 + n, a k2 + a k3 + a k4 - c k4 = k1 m + k2 m + k3 m + k4 m + m x2 + n], [a, c,
   n])); assign(L) :

if a·c·n·m·b·d ≠ 0 and a > 0 and c > 0 then
print(Варіант i) :
print(abs(denom(a)·(a·x + b)) + abs(denom(a)·(c·x + d)) = denom(a)·(m·x + n)) :
S := solve(abs(a·x + b) + abs(c·x + d) = m·x + n, {x}) :
i := i + 1 :
end if: end if:
end do: end do: end do: end do: end do: end do:
```

Програма створена на основі повного перебору значень потрібних величин (змінних в циклах) з певного проміжку. Усього програма видала 80 прикладів. Подаємо перші 25.

Варіант

$|8\,x-8| + |5\,x-15| = 11\,x-25$

2 *Варіант*

$|16\,x-16| + |10\,x-30| = 22\,x-50$

3 *Варіант*

$|6\,x-6| + |3\,x-9| = 7\,x-17$

4 *Варіант*

$|12\,x-12| + |6\,x-18| = 14\,x-34$

5 *Варіант*

$|15\,x-15| + |6\,x-24| = 19\,x-41$

6 *Варіант*
$$|30x-30|+|12x-48|=38x-82$$
7 *Варіант*
$$|20x-20|+|7x-28|=23x-52$$
8 *Варіант*
$$|40x-40|+|14x-56|=46x-104$$
9 *Варіант*
$$|5x-5|+|6x-24|=9x-31$$
10 *Варіант*
$$|10x-10|+|12x-48|=18x-62$$
11 *Варіант*
$$|5x-5|+\left|\frac{14}{3}x-\frac{56}{3}\right|=7x-\frac{79}{3}$$
12 *Варіант*
$$|10x-10|+\left|\frac{28}{3}x-\frac{112}{3}\right|=14x-\frac{158}{3}$$
13 *Варіант*
$$|9x-9|+|7x-35|=14x-46$$
14 *Варіант*
$$|9x-9|+|7x-35|=14x-46$$
15 *Варіант*
$$|3x-3|+|2x-10|=4x-14$$
16 *Варіант*
$$|3x-3|+|2x-10|=4x-14$$
17 *Варіант*
$$|3x-3|+|2x-6|=4x-9$$
18 *Варіант*
$$|3x-3|+|2x-6|=4x-9$$
19 *Варіант*
$$|9x-9|+|5x-15|=10x-24$$
20 *Варіант*
$$|9x-9|+|5x-15|=10x-24$$

Можна дослідити й інші випадки підходів до створення математичної моделі конструювання рівняння (1) і їх побудувати та розв'язування. Зауважимо, що, незважаючи на зовнішню простоту рівняння (1), побудова моделі конструювання та її розв'язування далеко не прості і вимагає певної математичної й інформатичної культури від користувача.

Наведені варіанти рівнянь можуть бути і варіантами нерівностей. Для цього потрібно знак рівності в (1) замінити на знак відповідної нерівності, наприклад,

$$> solve(|x-4|-|x-7| \le x-5, \{x\}); \quad \{8 \le x\}, \{2 \le x, x \le 6\}$$

Рівняння і нерівності розв'язуються одним і тим же методом інтервалів. Однак, при конструюванні рівнянь ми генеруємо його розв'язки (значення невідомої). Тому метод конструювання рівнянь водночас визначає і його розв'язки. Розв'язки ж нерівностей у наведеній технології конструювання не визначаються і тому наперед користувачеві (наприклад, учителю) невідомі.

Конструювання навчальних завдань з математики вимагає створення математичних моделей, способів їх розв'язування і розробки відповідних алгоритмів та програм, що створює ситуацію з високим ступенем невизначеності й тому вимагає значних творчих зусиль [4, 5]. Конструювання завдань з математики у середовищі Maple носить пошуково-дослідницький характер і тому може виступати темою наукової доповіді, реферату, курсової, дипломної, магістерських робіт, а також для створення достатньої кількості варіантів завдань для тестування чи індивідуального підходу до навчання.

Стаття апробована в Кіровоградському державному педагогічному університеті імені Володимира Винниченка на фізико-математичному факультеті («Вибрані задачі математики» 4-й курс, 6-й курс). Результати апробації – позитивні.

Матеріал статті буде корисним учителям, викладачам, учням, студентам.

Для більш детального ознайомлення з проблемою рекомендуємо джерела [1-8].

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аладьев В.З. Основы программирования в Maple. – Таллин: 2006. – 301 с.
2. Биков В.Ю. Моделі організаційних систем відкритої освіти. – К.: «Атака». – 2009. –684 с.
3. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри. – К.: Вища школа, 1969. – 540 с.
4. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М.:Просвещение, 1968. – 432 с.
5. Кушнір В.А. Конструювання навчальних завдань з математики: математичні моделі, алгоритми, програми // Інноваційні технології в освіті. – Випуск 18. – 2014. – . 030-041.
6. Кушнір В.А. Моделі навчальних ситуацій у світі сучасної освіти (ч.1,2) // Математика в сучасній школі. – № 1,2. – 2013.

7. Эрдниев П.М.Преподавание математики в школе. (Из опыта обучения методом укрупленных упражнений). – М.: Просвещение, 1978. – 304 с.
8. Maple Programming Guide / [L. Bernardin, P.Chin, P.DeMarco, R.O.Geddes, D.E.G,Hare, K.M.Heal, G.Labahn, J.P.May, J.McCarron, M.B.Monagan, D.Ohachi, and S.M.Vorkortter]. – Prindet Canada: Maplesoft, division of Waterloo Maple Inc., 2011. – 703 p.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Bernardin, L., Chin, P., DeMarco, P., Geddes, R. O., Heal, K. M., Labahn, G., . . . Vorkortter, S. M. (2011). Maple Programming Guide. Canada: Prindet Canada: Maplesoft, division of Waterloo Maple Inc.
2. Alad'ev, V. Z. (2006). Osnovy programmirovanija v Maple. Tallin.
3. Bikov, V. Ju. (2009). Modeli organizacijnih sistem vidkritoї osviti. Kiїv: «Ataka».
4. Kostarchuk, V. M., & Hacet, B. I. (1969). Kurs vishhoї algebri. Kiїv: Vishha shkola.
5. Kruteckij, V. A. (1968). Psihologija matematicheskih sposobnostej shkol'nikov. Moskva: Prosveshhenie.
6. Kushnir, V. A. (2013). Modeli navchal'nih situacij u sviti suchasnoї osviti. Matematika v suchasnij shkoli.
7. Kushnir, V. A. (2014). Konstrujuvannja navchal'nih zavdan' z matematiki: matematichni modeli, algoritmi, programi . Innovacijni tehnologiї v osviti, str. 030-041.
8. Jerdniev, P. M. (1978). Prepodavanie matematiki v shkole. (Iz opyta obuchenija metodom ukruplennyh uprazhnenij). Moskva: Prosveshhenie.

Стаття надійшла до редакції 13.10.16

Vasyl Kushnir
Kirovohrad Volodymyr Vynnychenko State Pedagogical University, Kirovohrad, Ukraine

MATHEMATICAL MODELING IN DESIGNING EQUATIONS CONTAINING UNKNOWN QUANTITY UNDER THE SIGN OF MODULE WITH MAPLE-TECHNOLOGIES

The technology of designing equations and inequalities containing unknown quantity under the sign of module based on mathematical modeling is established. We consider the following key steps of constructing equations containing unknown under the sign of module: 1) Statement of a problem (finding the type of mathematical object and its properties, such as the type and properties of the equation, 2) creating or finding a scientific approach to create a mathematical model, for example in the form of ideas; 3) creation of mathematical model it's research and adjustments; 4) creation or finding a scientific approach to solve the mathematical model and the creation of a scientific approach based on the method of solving mathematical model; 5) creation of algorithm based on the method for solving mathematical model; 6) creation of algorithm program according to specific algorithmic language of the algorithm (we have Maple); 7) adjustment of the program and the program execution; 8) analysis of the results and their broadcast on the problem. Note that at every stage there are situations of necessary adjustments, then you should go back to the previous steps and make adjustments to them. The different cases of equations, the number of solutions are investigated: equation has three, two, one, none, plenty solutions. The appropriate mathematical models are constructed which are then investigated and resolved. When solving mathematical models in the form of equations and inequalities bulky conversion and calculations are performed in Maple-technology, which significantly improved the quality of such changes, retained considerable time and allowed the computer to perform experiments without much effort. Established algorithm and program according to the designed method allow to get enough of similar tasks with answers options to create tests or individual tasks.

Keywords: the equations, inequalities, module, technology, mathematical model, algorithm, program.

Кушнир В.А.
Кировоградский государственный педагогический университет им. В. Винниченко, Кировоград, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ УРАВНЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ НЕИЗВЕСТНУЮ ПОД ЗНАКОМ МОДУЛЯ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MALE-ТЕХНОЛОГИИ

На основании математического моделирования создается технология конструирования уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком модуля. Рассматриваются такие основные этапы конструирования таких уравнений: 1) Постановка задачи конструирования уравнений определенного вида, содержащих неизвестную под знаком модуля; 2) создание или отыскание научного подхода для создании математической модели, например, в виде идеи; 3) создание математической модели в виде нелинейной системы уравнений и неравенств, ее исследование и коррекция; 4) создание или отыскание научного подхода для решения математической модели и создание на его основе способа решения математической модели (нелинейной системы уравнений и неравенств); 5) разработка на основе способа алгоритма решения математической модели; 6) соответственно алгоритму разработка программы на определенном алгоритмическом языке(у нас Maple); 7) отладка программы и ее выполнение; 8) анализ полученных результатов и их трансляция на условия задачи. На каждом этапе возможны ситуации необходимой коррекции, тогда нужно возвращаться до предыдущих этапов и вносить в них коррективы. Исследуются различные случаи таких уравнений в соответствии с количеством решений уравнения: уравнение имеет три решения, два, одно, ни одного, бесконечное множество. Строятся соответствующие математические модели с последующим их исследованием и решением. При решении математических моделей в виде нелинейных систем уравнений и неравенств громоздкие преобразования и вычисления выполнялись в Maple-технологии, что привело к значительному улучшению качество таких преобразований, сэкономило время и позволило выполнять при необходимости компьютерные эксперименты без особых усилий. Соответственно способу конструирования уравнений с неизвестной под знаком модуля созданы алгоритм и программа получения достаточного количества вариантов однотипных заданий, что необходимо при создании тестов или индивидуальном обучении.

Ключевые слова. Уравнение, неравенство, модуль, технология, математическая модель, алгоритм, программа.