УДК 621.396

МЕТОД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УЧЕБНОЙ НАГРУЗКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНОГО БУЛЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Минухин С.В.
Харьковский национальный экономический университет

Предложен подход к распределению учебной нагрузки в высшем учебном заведении, в основе которого лежит учет возможности одновременного ведения нескольких дисциплин преподавателями. Показано, что задача сводится к системе нелинейных булевых уравнений и предложен ранговый метод ее решения

Ключевые слова: *булево программирование, дисциплина, учебный план, нагрузка,* NP-полная задача.

Подготовка специалистов в высших учебных заведениях (ВУЗ) в современных условиях предполагает определенную стандартизацию выполнения работ по организации учебного процесса. Этим руководствуются при оптимизации учебных планов и подбору профессорско-преподавательского состава, а также оптимизации распределения нагрузки между преподавателями. Оптимизация понимается в смысле составления такого распределения учебной нагрузки в соответствии с учебным планом и составления расписания, которые бы позволили в максимальной стерпени использовать научный потенцил структурных подразделений ВУЗов. В условиях повышенных требований к уровню компетентности подготовки студентов в ВУЗах III и IV уровней аккредитации данная задача является актуальной с точки зрения использования может быть упрощенных, но действующих моделей организации учебного процесса. Они должны быть, по возможности, практически реализуемыми и, в тоже время, достаточно простыми, что создаст предпосылки для развития методического обеспечения, в частности, для повышения уровня использования информационных технологий и автоматизации организации педагогического процесса.

В данной работе предлагается подход к описанию решения задачи о распределении нагрузки по преподавателям, учитывающий следующие факторы:

- преподаватели имеют различные квалификации (наличие ученой степени и ученого звания), уровни компетенции, опыт преподавания дисциплин;
- количество часов нагрузки учебных планов ограничены, циклы учебного плана должны иметь определенную структуру (определенное соотношение между нагрузкой по дисциплинам внутри каждого цикла);
- один преподаватель может вести занятия одновременно по нескольким дисциплинам, включая лекционные, практические и лабораторные занятия;
- расписание занятий преподавателя дожно быть составлено таким образом, чтобы время их проведения не накладывалось друг на друга.

Приведенный перечень факторов полностью не исчерпывает широкого круга проблем, возникающих на организационном этапе подготовки проведения занятий. Полный же их учет приводит к тому, что количество различных вариантов в условиях как изменений, вносимых в планы, так и состава дисциплин и преподавателей возрастает в значительной степени.

Пусть имеется n дисциплин, которые необходимо распределить между m преподавателями таким образом, чтобы:

- все дисциплины обязательно были закреплены за хотя бы одним преподавателем;
- за одной дисциплиной могут быть закреплены несколько преподавателей;
- общее количество дисциплин, закрепленных за преподавателем, регламентируется максимальной величиной нагрузки, приходящейся на него;

- общее количество часов нагрузки по всем дисциплинам не должно превышать объем нагрузки учебного плана.

В соответствии со сделанными предположениями рассмотрим модель следующего вида:

$$\sum_{j=1}^{n} P_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^{k} P'_{ij} X_{ij} X_{kj} + \sum_{j=1}^{g} P''_{ij} X_{ij} X_{kj} X_{lj} = P_{i\ общ}, \qquad (1)$$

где X_{ij} – j-ая дисциплина, закрепленная за i-ым преподавателем;

$P_{i\ общ}$ – общая нагрузка по всем дисциплинам на i-ого преподавателя;

$\sum_{j=1}^{n} P_{ij} X_{ij}$ – характеризует случай, при котором i-ый преподаватель проводит занятия только по разным дисциплинам n, причем P_{ij} – нагрузка i-ого преподавателя по дисциплине j;

$\sum_{j=1}^{k} P'_{ij} X_{ij} X_{kj}$ – характеризует случай, при котором i-ый преподаватель проводит занятия по двум взаимосвязанным дисциплинам, где k – возможное количество комбинаций двух взаимосвязанных дисциплин, причем P'_{ij} – суммарная нагрузка по двум дисциплинам;

$\sum_{j=1}^{g} P''_{ij} X_{ij} X_{kj} X_{lj}$ – характеризует случай, при котором i-ый преподаватель проводит занятия по трем взаимосвязанным дисциплинам, g – возможное количество комбинаций трех взаимосвязанных дисциплин, P''_{ij} – суммарная нагрузка по трем взаимосвязанным дисциплинам.

Таким образом, при решении поставленной задачи (1) необходимо перебором различных вариантов распределения нагрузки определить оптимальный план выполнения нагрузки i-ым преподавателем. С учетом того, что нагрузка распределяется для m преподавателей, уравнение (1) преобразуется в систему из m уравнений.

Из (1) следует, что поставленная задача является задачей нелинейного булевого программирования, которая, в общем случае, имеет следующий вид:

$$f(X_1, X_2, ..., X_n) = b_j; \quad j = (\overline{1, m}),$$

где

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_n) \in H$$
$$b_j \in Z;\ Z - \textit{множество целых чисел};$$
$$X_i \in \{0, 1\}.$$

Системы булевых уравнений (линейных и нелинейных) и методы их решения имеют довольно широкое практическое применение, и многие задачи сводятся к решению систем булевых уравнений и проверки совместности таких систем на целых или натуральных числах. Отметим работы и критерии совместности систем линейных диофантовых уравнений (СЛДУ) в области натуральных чисел исследовались в работах [1–4]. В основе предлагаемых алгоритмов решения СЛДУ лежит TSS-метод построения минимального порождающего множества решений систем линейных однородных диофантовых уравнений в множестве натуральных чисел N. Там же показано, что алгоритмы решения СЛДУ в полях вычетов по модулю простого числа имеют наилучшую оценку, которая является полиномиальной оценкой временной сложности $\boldsymbol{O}(q^2n^2)$, где q – число уравнений, а n – число неизвестных в системе. В других случаях эта оценка является экспоненциальной и при практической реализации необходимо решать в условиях, когда, например, существуют ограничения на бюджет, имеющиеся ресурсы (исполнителей), и требующие оперативности принятия решений.

В нелинейной постановке поставленная задача решалась в работах [5, 6], в которых разработана модификация метода ветвей и границ для предметной области, связанной с диагностикой отказов в сложных системах.

Рассмотрим решение поставленной задачи нелинейного булевого программирования для задачи распределения учебной нагрузки, включив следующие содержательные ограничения.

С учетом того, что любая дисциплина должна обязательно быть закреплена как минимум за одним преподавателем, введем следующее ограничение:

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \geq 1, \tag{2}$$

и таким образом для формализования решения задачи распределения нагрузки получим систему нелинейных булевых уравнений с ограничениями (2).

Для дальнейшего исследования используем следующее предположение: каждая дисциплина включает изучение теоретической и практической частей, и лекционные занятия должен проводить преподаватель со степенью.

Для учета этого фактора введем булеву переменную:

$$\alpha_i = \begin{cases} 1, \text{если } i\text{–ый преподаватель имеет ученую степень;} \\ 0, \text{в противном случае.} \end{cases} \tag{3}$$

С учетом (3) уравнение (1) преобразуется к виду:

$$\sum_{j=1}^{n} a_i P_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^{k} a_i P'_{ij} X_{ij} X_{kj} + \sum_{j=1}^{g} a_i P''_{ij} X_{ij} X_{kj} X_{lj} = P_{i\ общ}, \tag{4}$$

причем величины αi должны удовлетворять ограничениям:

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_{ij} \geq 1,$$

что означает, что за каждой j-ой дисциплиной должен быть закреплен, как минимум, один преподаватель с ученой степенью.

Таким образом, получим следующую систему нелинейных булевых уравнений:

$$\sum_{j=1}^{n} a_i P_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^{k} a_i P'_{ij} X_{ij} X_{kj} + \sum_{j=1}^{g} a_i P''_{ij} X_{ij} X_{kj} X_{lj} = P_{i\ общ},\ i = \overline{1, m}, \tag{5}$$

с ограничениями

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \geq 1, \quad \sum_{i=1}^{m} \alpha_{ij} \geq 1. \tag{6}$$

Полученная формальная постановка задачи распределения нагрузки между преподавателями в виде (5), (6) сформулирована с учетом того, что максимальное количество дисциплин, котрое может вести один преподаватель, не превышает 3. Анализ выражения (5) показывает, что в нем необходимо учесть величину нагрузки, распределяемую по отдельным дисциплинам.

Введем дополнительные ограничения для нагрузок по различным дисциплинам *j* ($j = \overline{1,n}$) для всего штата преподавателей *m*:

$$\sum_{i=1}^{m} P_{ij} = P_{jооб}\ , \ \sum_{i=1}^{m} P'_{ij} = P'_{jооб}\ , \ \sum_{i=1}^{m} P''_{ij} = P''_{jооб}\ , \tag{7}$$

$$P_{jооб} \geq (P'_{jооб} + P''_{jооб})$$

где показатели, входящие в (6) имеют следующий содержательный смысл:

$P_{jооб}$ – ограничение на величину нагрузки по *j*-ой дисциплине для количества преподавателей *m*;

$P'_{jооб}$ – ограничение на суммарную величину нагрузки по двум взаимосвязанным дисциплинам для количества преподавателей *m*;

$P''_{jооб}$ – ограничение на суммарную величину нагрузки по трем взаимосвязанным дисциплинам для количества преподавателей *m*.

Величина ($P'_{jооб} + P''_{jооб}$) показывает, что суммарная нагрузка по различным комбинациям взаимосвязанных дисциплин, которые может вести преподаватель, должна быть меньше или равна суммарной нагрузке каждого преподавателя по всем дисциплинам.

Таким образом, получили систему уравнений (5) с ограничениями (6), (7), которая, общем случае, относится к NP-полным задачам. Для ее решения предлагается использовать ранговый метод, исследованный в монографии [7].

Для учета сложности подготовки и проведения занятий по нескольким дисциплинам введем веса, которые можно интерпретировать как влияние сложности процесса преподавания для следующих случаев:

- если преподаватель ведет только отдельные дисциплины (в течении учебного года) и его нагрузка не изменяется;
- если преподаватель ведет несколько дисциплин, что требует и квалификации, и времени на подготовку, то это приводит к необходимости ввода критерия сложности;
- если преподаватель ведет несколько дисциплин, причем во всех требуется высшая квалификация, то он должен иметь ученую степень.

Таким образом, рассмотренная в данной работе задача распределения учебной нагрузки в математической постановке сводится к задаче решения систем нелинейных булевых уравнений, в которой, как правило, существенным является определение условий совместности уравнений (5). Применение рангового подхода [7] к нахождению корней уравнения (5) можно реализовать на основе пошаговой процедуры определения корней уравненя для одного из уравнений, входящих в систему (5) и последующей подстановкой его в оставшиеся уравнения. В случае несовместности полученного решения предлагается использовать интервальный метод, заменяя точные правые части уравнения (5) на их нечеткие (интервальные) значения. При этом необходимо учитывать то естественное предположение, что нагрузка отдельного преподавателя может в незначительной степени варьировать в соответствии с нормами на различные категории профессорско-преподавательского состава. Таким образом можно достигнуть совместности системы и получить приемлемое решение.

Предложенный подход может быть реализован на основе быстрых алгоритмов, использующих ранговый подход к решению задач дискретной оптимизации [7], и позволяющих достаточно оперативно принимать решения, связанные с распределением учебной нагрузки в условиях большой размерности решаемой задачи.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кривый С. Л. Алгоритмы решения систем линейных диофантовых уравнений в целочисленных областях.// Кибернетика и системный анализ. – 2006. – № 2. – С. 3 – 17.
2. Кривый С. Л. Алгоритмы решения систем линейных диофантовых уравнений в полях вычетов. Там же. – 2007. – № 2. – С. 15 – 23.
3. Кривый С. Л. О некоторых методах решения и критериях совместности систем линейных диофантовых уравнений в области натуральных чисел. Там же. – 1999. – №4. – С.12 – 36.
4. Кривый С. Л. Алгорим построения базиса множества решений систем линейных диофантовых уравнений в кольце целых чисел. Там же. – 2009. – №6. – С.36 – 41.
5. Литвиненко А.Е. Метод направленного перебора в системах управления и диагностики: Монография. – Киев: 2007. – 327с.
6. Литвиненко А.Е. Определение класса истинности логических формул методом направленного перебора. // Кибернетика и системный анализ. – 2000. – №5. – С.23–31.
7. Пономаренко В.С. Методы и модели планирования ресурсов в GRID-системах: Монография./ В.С. Пономаренко, С.В. Листровой, С.В. Минухин, С.В. Знахур. – Харьков: ИД «ИНЖЭК», 2008. – 408 с.

Рецензент: Песчаненко В.С.